

# PROPAGATION DES ONDES ÉLASTIQUES DANS LES MATÉRIAUX NON LINÉAIRES

## APERÇU DES RÉSULTATS DE LABORATOIRE OBTENUS SUR LES ROCHES ET DES APPLICATIONS POSSIBLES EN GÉOPHYSIQUE

**P. RASOLOFOAON et B. ZINSZNER**

Institut français du pétrole<sup>1</sup>

**P. A. JOHNSON**

Los Alamos National Laboratory<sup>2</sup>

Les roches présentent souvent un comportement élastique nettement non linéaire, entraînant des conséquences importantes sur la propagation des ondes. Cette non-linéarité élastique est surtout causée par les microdéfauts mécaniques ubiquistes (microfissures, joints de grains, macles, etc.) dont la rigidité varie sous l'effet de la contrainte. Ce sujet fait l'objet d'études de plus en plus nombreuses. Nous nous proposons de présenter très sommairement les bases théoriques et les résultats expérimentaux permettant d'avoir un ordre de grandeur des effets caractéristiques observés dans les roches afin de pouvoir proposer une approche critique des possibilités d'applications en géophysique.

Deux disciplines se sont développées en parallèle à partir du même principe physique et avec des formalismes très proches :

- **L'acousto-élasticité** étudie l'effet des précontraintes statiques sur les vitesses de propagation des ondes élastiques. On dispose d'un formalisme mécanique élaboré permettant de relier quantitativement variation de contrainte et variation de vitesse élastique (par exemple pour ce qui concerne l'anisotropie acoustique induite par un état de contrainte) et d'une méthode expérimentale de mesure des coefficients de non-linéarité.
- **L'acoustique non linéaire** s'intéresse aux conséquences de la variation des modules élastiques au passage d'une onde qui ne peut plus être considérée comme une petite perturbation, mais qui induit localement des modifications mesurables du milieu de propagation ; modifications entraînant l'apparition de phénomènes inconnus en acoustique linéaire tels que la génération d'harmoniques et l'interaction onde-onde.

Les applications à la sismique pétrolière semblent fort lointaines puisque, avec les méthodes classiques de surface ou de puits, il y a peu d'espoir de réussir à faire propager jusqu'aux couches profondes des ondes dont l'amplitude dépasserait le seuil de non-linéarité sous fort confinement, et qui pourraient engendrer un signal résultant d'une « interaction onde-onde ». Tempérant ce pessimisme, il faut noter qu'un éventuel signal d'interaction non linéaire présenterait l'avantage, quant à sa détection, d'être dans une bande de fréquence différente de celle des ondes utilisées pour l'engendrer. Bien que nous n'ayons pas connaissance d'essais d'application actuels, les perspectives paraissent plus encourageantes dans le domaine du génie civil ou minier. C'est dans le domaine diagrapique, où des distances de propagation sont très faibles, que des applications semblent possibles à moyen terme. Si

(1) 1 et 4, avenue de Bois-Préau,  
92852 Rueil-Malmaison Cedex - France

(2) Mail Stop D443,  
Los Alamos, NM 87545 - États-Unis

l'on en juge par le dépôt très récent de plusieurs brevets, les compagnies de logging poursuivraient des recherches dans cette voie.

## PROPAGATION OF ELASTIC WAVES IN NONLINEAR MATERIALS

SURVEY OF LABORATORY RESULTS ON ROCK AND GEOPHYSICAL APPLICATIONS

A general and important characteristic of rocks is their elastically nonlinear behavior resulting in significant effects on wave propagation. The nonlinear response of rock is a direct consequence of the compliant nature of rock: the macro- and micro-structure of the material (microcracks, grain-to-grain contacts, etc.). As a result, the material modulus varies as a function of the applied pressure. Interest has grown significantly in the last several years, as illustrated by the increasing number of publications regarding this topic. Here we present a summary of the fundamentals of theory and of experimental observations characteristic of rock, and we address possible applications in geophysics.

Two disciplines regarding the nonlinear elasticity of rock have been developed over recent years in tandem:

- **Acoustoelasticity** where wave propagation in statically, pre-stressed materials is studied. Here one relates the variation in applied pressure to the elastic wavespeed in order to extract the nonlinear coefficients. This area of study includes the topic of stress-induced anisotropy.
- **Acoustic nonlinearity** where we are interested in the temporary and local variation in the elastic modulus due to the passage of an elastic wave through the material. Wave distortion due to local nonlinear response includes the appearance of wave harmonics and wave-wave interactions that result in sum and difference frequency waves. These effects cannot be explained within the framework of linear acoustics and linear elasticity.

Potential applications to seismic petroleum exploration and imaging using conventional tools and methods seem remote at this point. For example, nonlinear wave mixing in order to produce a directed wave at the difference frequency between two waves (termed a Parametric Array in acoustics) has proven to be difficult. We believe this to be especially true at deeper and deeper depths due to the reduction in nonlinear response as a function of overburden. At the same time, we note that wave mixing and the development of other frequencies presents an advantage in detection due to the fact that one can detect waves at controlled frequencies far outside the band of the source wave spectra(um). Furthermore, there is no question that under laboratory or near surface conditions, nonlinear applications show significant promise in the near term. In fact, a surprising aspect of nonlinear research is that, to our knowledge, applications have not been developed in obvious areas such as in civil engineering or in mining applications. Judging from the large number of recent patents applied for, and granted to, the well-logging companies, research in this area will continue to grow.

## PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS ELÁSTICAS EN LOS MATERIALES NO LINEALES

COMPENDIO DE LOS RESULTADOS DE LABORATORIO OBTENIDOS EN LAS ROCAS Y APLICACIONES POSIBLES EN GEOFÍSICA

Las rocas presentan frecuentemente un comportamiento elástico resueltamente no lineal, y ello acarrea importantes consecuencias respecto a la propagación de las ondas. Esta no linealidad elástica se deriva, sobre todo, de los microdefectos mecánicos ubicuos (microfisuras, juntas de granos, maclas, etc.) cuya rigidez varía debido al efecto de las tensiones y esfuerzos aplicados. Este tema viene siendo objeto de estudios más numerosos cada día. Por nuestra parte, nos proponemos presentar — muy resumidamente — las bases teóricas y los resultados experimentales que permiten obtener una magnitud de los efectos característicos observados en las rocas, con objeto de poder proponer un enfoque crítico de las posibilidades de aplicaciones en geofísica.

Se desarrollan de forma paralela dos disciplinas, tomando como punto de partida el mismo principio físico y ello con formalismos muy semejantes :

- **La acoustoelasticidad estudia**, efectivamente, los pretensados estáticos sobre las velocidades de propagación de las ondas elásticas. Se dispone de un formalismo mecánico muy desarrollado que permite vincular cuantitativamente la variación de tensiones y esfuerzos y la variación elástica (por ejemplo, para todo cuanto se refiere a la anisotropía acústica inducida por un estado de esfuerzos y tensiones) y de un método experimental de medición de los coeficientes de no linealidad.
- **La acústica no lineal**, que se interesa por las consecuencias de la variación de los módulos elásticos al paso de una onda que no se puede ya considerar como una pequeña perturbación, pero que induce localmente modificaciones mensurables de medio de propagación ; modificaciones que acarrearán la aparición de fenómenos desconocidos en acústica lineal, como, por ejemplo, la generación de armónicas y la interacción onda-onda.

Las aplicaciones a la sísmica petrolera parecen muy lejanas ya que, con los métodos convencionales de superficie o de pozo, existen pocas esperanzas de lograr obtener una propagación hasta las capas profundas de las ondas cuya amplitud sobrepasaría el límite de no linealidad bajo un acusado confinamiento, y que, por lo tanto, podrían generar una señal resultante de una "interacción onda-onda". Para moderar semejante pesimismo, cabe tener en cuenta que una posible señal de interacción no lineal podría presentar la ventaja, en cuanto a su detección, de situarse en una banda de frecuencia distinta de aquella de las ondas utilizadas para su generación. Aun cuando carecemos de conocimientos de ensayos actuales de aplicación, las perspectivas parecen más alentadoras en el sector de la ingeniería civil o de la minería. Así, las aplicaciones parecen posibles dentro de un plazo de tiempo prudente en el aspecto diagráfico, en cuyo caso las distancias de propagación con sumamente reducidas. Si se juzga por el registro reciente de varias patentes, parece ser que las compañías de logging prosiguen con interés diversas investigaciones en este sentido.

## INTRODUCTION

Ces dernières années, l'élasticité dynamique non linéaire des roches a fait l'objet d'études de laboratoire de plus en plus nombreuses. Les chercheurs impliqués dans ces études ont une tendance compréhensible à suggérer de nombreuses applications pratiques, l'optimisme suppléant parfois la précision technique. Il nous a semblé utile de proposer un aperçu sommaire de ces problèmes.

L'interprétation sismique est fondée sur le principe de linéarité : pour peu que l'on s'éloigne des sources, les déformations mises en jeu sont si faibles que les ondes mécaniques ne modifient en rien les propriétés (modules élastiques) des roches qu'elles parcourent. Chaque perturbation mécanique élémentaire se propage sans être affectée par d'autres perturbations. On peut donc appliquer le principe de superposition suivant lequel la réponse d'un système linéaire à plusieurs sollicitations est, tout simplement, la somme des réponses à chacune des sollicitations élémentaires. Dans la pratique géophysique quotidienne, ce principe est universellement vérifié et il n'est nullement question de le remettre en cause, mais il ne faut pas pour autant tomber dans l'excès inverse et écarter a priori toute idée de possibilité d'existence de phénomènes de non-linéarité élastique dont le géophysicien pourrait tirer profit.

En introduction nous exposerons quelques généralités sur la non-linéarité élastique. Il s'agit d'un domaine où l'appareil mathématique peut devenir rapidement important et nous voulons l'écarter au maximum, notre seul but étant de donner au lecteur non familier du sujet les quelques informations nécessaires à la compréhension de la discussion. Nous verrons qu'à partir du même principe physique fondamental (la variation des modules élastiques des matériaux sous l'effet des contraintes) et avec des formalismes très proches, deux disciplines se sont développées parallèlement :

- L'**acousto-élasticité**, qui étudie l'effet des pré-contraintes statiques sur les vitesses acoustiques. Notons, point fondamental, que dans ce cas, l'onde dont on considère les caractéristiques est de très faible amplitude et vérifie le principe de linéarité.
- L'**acoustique non linéaire** qui s'intéresse aux conséquences de la variation des modules élastiques au passage de l'onde. Cette discipline a connu de très fructueux développements en acoustique sous-marine. Elle diffère de la discipline précédente, entre autres, sur un point important : les contraintes

dynamiques mises en jeu, lors de la propagation de l'onde, sont inférieures de plusieurs ordres de grandeur aux précontraintes statiques considérées en acousto-élasticité.

Pour la clarté de l'exposé et parce que ces deux disciplines, qui ne sont pas toujours clairement identifiées dans les publications de recherches, peuvent conduire à des perspectives d'applications géophysiques très différentes, nous les traiterons séparément. Pour ces deux domaines, nous présenterons très sommairement les bases théoriques et les résultats de laboratoire permettant d'avoir un ordre de grandeur des paramètres caractéristiques observés dans les roches afin de pouvoir proposer une approche critique des applications possibles.

## 1 GÉNÉRALITÉS

### 1.1 Définition de la non-linéarité élastique

La loi de Hooke, point de départ de tout raisonnement en mécanique élastique linéaire, établit que la déformation ( $\epsilon$ ) subie par un corps est proportionnelle à la contrainte ( $\sigma$ ) qui lui est appliquée, le coefficient de proportionnalité étant le module ( $M$ ) :

$$\sigma = M\epsilon$$

En se limitant à un problème unidimensionnel, toutes les quantités intervenant dans cette égalité peuvent être considérées comme scalaires. Si  $M$  est une constante intrinsèque du matériau, indépendante du niveau de sollicitation  $\sigma$ , nous sommes dans le domaine de l'élasticité linéaire, dans lequel se situent les calculs classiques de propagation d'ondes. En revanche, si le module est lui-même fonction de la contrainte appliquée, la stricte proportionnalité entre contrainte et déformation disparaît et nous entrons dans le domaine de l'élasticité non linéaire.

Pour quelques matériaux de masse spécifique  $\rho$ , nous avons reporté sur la figure 1, en fonction de la pression effective hydrostatique ( $P_{\text{eff}}$ ) appliquée, les variations du module  $M_p = \rho V_p^2$  correspondant à une expérience particulière (la propagation d'ondes compressionnelles de vitesse  $V_p$ ). Les modules ont été normés par leur valeur à contrainte nulle. On notera trois points importants qui reviendront dans nos discussions :

- Les variations des modules sont considérablement plus marquées pour les roches que pour les cristaux

(l'évolution des modules du quartz et de la calcite est à peine discernable de l'axe des x de la figure 1).

- Le gradient  $\Delta M/\Delta P$  (pente des courbes de la figure 1), qui est quasi constant dans les matériaux « homogènes », est en revanche très variable dans les roches pour les pressions basses et moyennes. Il ne se stabilise que pour les fortes pressions effectives où les ordres de grandeur deviennent comparables à ceux observés dans les matériaux « homogènes ».
- La nature du fluide saturant l'espace poreux des roches joue un rôle majeur, même dans le cas des roches de très faible porosité (granite de Westerly).

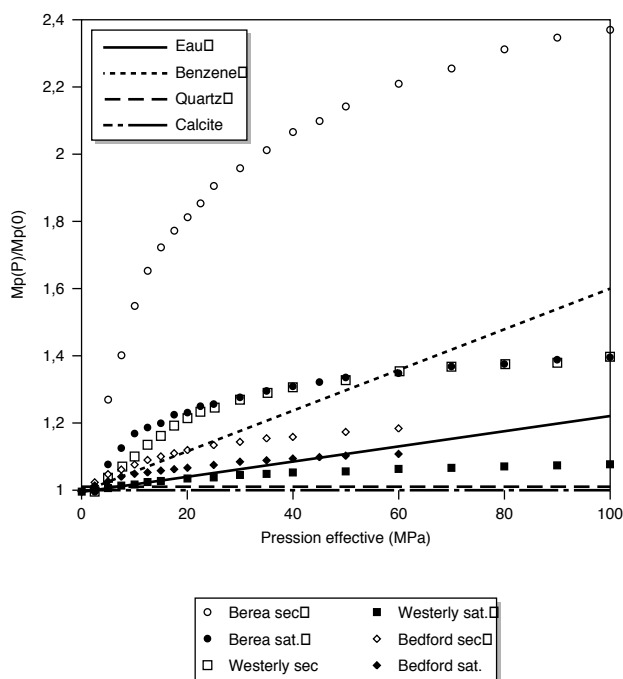


Figure 1

Variations du module d'onde P ( $M_p = \rho V_p^2$ ), normé par sa valeur à pression nulle, en fonction de la pression effective hydrostatique ( $P_{eff}$ ).

Eau, benzène (Beyer 1972). Quartz, calcite (milieux isotropes équivalents, Sirotnine et Chalskolskaya, 1975).

Noter que, pour ces deux matériaux, la variation du module est si faible que les courbes se distinguent à peine de l'axe des pressions. Grès de Berea (porosité 17,8 %), calcaire de Bedford (porosité 11,9 %) et granite de Westerly (porosité 0,8 %), à l'état sec et totalement saturé d'eau. Les données pour ces trois roches sont tirées de Coyner (1977).

*P-wave modulus ( $M_p = \rho V_p^2$ ) variation as a function of effective hydrostatic pressure. The modulus is normalized by its value at zero pressure.*

*Note that for quartz and calcite, the variation is so small that the corresponding curves are very near the pressure axis.*

Si nous revenons au cas général, une première cause de non-linéarité, assez évidente, est que sous l'effet de la contrainte le corps se déforme. Ainsi, même si la valeur physique du module restait inchangée, les dimensions de l'échantillon variant sous l'effet de la contrainte, le module mesuré varierait lui aussi. Cette non-linéarité, assez facile à calculer, est appelée non-linéarité géométrique. Pour les solides « homogènes » (métaux, cristaux, etc.), cette non-linéarité est du même ordre de grandeur que la non-linéarité physique liée à une variation « intrinsèque » du module. Il en est tout autrement pour les roches. La non-linéarité géométrique y est négligeable devant la non-linéarité physique. C'est seulement à ce dernier type de non-linéarité que nous nous intéresserons.

## 1.2 Causes de la non-linéarité élastique dans les roches

On dispose de très nombreuses données expérimentales sur les relations vitesses élastiques-pression effective (définie comme la différence entre la contrainte de confinement et la pression de pore) dans les matériaux géologiques et de nombreuses modélisations ont été proposées (voir par exemple Bourbié *et al.*, 1986). La cause de cette non-linéarité élastique est bien connue (Birch, 1960 ; Walsh et Brace, 1966) : il s'agit avant tout de l'effet des micro-défauts mécaniques ubiquistes (microfissures, joints de grains, macles, etc.) qui se referment sous l'effet de la contrainte effective et augmentent ainsi la rigidité du matériau.

Notons enfin que si les microdéfauts sont la cause majeure de non-linéarité, ils ne sont sans doute pas seuls en cause. Nous verrons au chapitre acoustique non linéaire que d'autres mécanismes sont peut-être à prendre en compte, notamment dans les roches carbonatées.

## 1.3 Acousto-élasticité et acoustique non linéaire

Suivant l'ordre de grandeur de variation de la contrainte et son mode d'application (statique ou dynamique), nous allons nous intéresser à deux domaines très différents dans leurs conséquences physiques.

### 1.3.1 Forte variation de précontrainte statique

L'application de fortes précontraintes statiques (ordre de grandeur supérieur au mégapascal) modifiant les

modules d'un matériau a des effets sur les caractéristiques (vitesse) des ondes élastiques (rappelons la formule  $V=\sqrt{M/\rho}$  utilisée plus haut). Ce phénomène est illustré sur la figure 1. Sur ce principe a été développée l'acousto-élasticité (mot calqué sur la photo-élasticité, discipline étudiant les variations d'indice de réfraction de la lumière sous l'effet des contraintes élastiques auxquelles est soumis le milieu de propagation). L'application des principes de l'acousto-élasticité à l'étude des matériaux géologiques apporte :

- un formalisme mécanique élaboré permettant de relier quantitativement les variations de contrainte aux variations de vitesse élastique, notamment en ce qui concerne l'anisotropie acoustique induite par un état de contrainte (le plus souvent anisotrope) ;
- une méthode de mesure des coefficients de non-linéarité, base de départ pour toute discussion sur d'éventuelles applications.

**1.3.2 Faible variation de contrainte dynamique induite par le passage de l'onde**

Lorsqu'on met en jeu de faibles variations de contraintes (de l'ordre du kilopascal, par exemple), les moyens expérimentaux utilisés en acousto-élasticité ne permettent plus de mesurer les très faibles variations de module ainsi engendrées. En revanche, ces variations de module, que l'onde provoque à son passage, peuvent induire des effets très spectaculaires sur la forme de l'onde elle-même, dès que l'amplitude de vibration dépasse un certain seuil. En particulier, deux phénomènes originaux se manifestent : la génération d'harmoniques et l'apparition de fréquences égales aux sommes ou différences des fréquences des ondes initiales (interaction onde-onde). Ces phénomènes sont étudiés en acoustique non linéaire que nous tenterons de présenter dans la troisième partie de cet article.

**2 ACOUSTO-ÉLASTICITÉ**

**2.1 Principes de base**

Considérons un milieu dans un état de contrainte et de déformation  $(\sigma_0, \epsilon_0)$  et dont le module, dans cet état, vaut  $M_0$ . Pour la clarté de l'exposé, nous supposons dans un premier temps que ces grandeurs sont scalaires (notons que cette simplification ne change pas fondamentalement ce qui va suivre). Considérons un état voisin  $(\sigma, \epsilon)$ , voisin signifiant que les écarts  $\sigma - \sigma_0$  et

$\epsilon - \epsilon_0$  sont petits devant les grandeurs  $\sigma_0$  et  $\epsilon_0$  respectivement (fig. 2). Toute loi de comportement ou relation entre  $\sigma$  et  $\epsilon$  (réversible du fait de l'élasticité supposée) peut être développée autour de l'état  $(\sigma_0, \epsilon_0)$  sous la forme :

$$\sigma(\epsilon) - \sigma_0 = M_0(\epsilon - \epsilon_0) + M'(\sigma_0, \epsilon_0)(\epsilon - \epsilon_0)^2 + M''(\sigma_0, \epsilon_0)(\epsilon - \epsilon_0)^3 + \dots \tag{1}$$

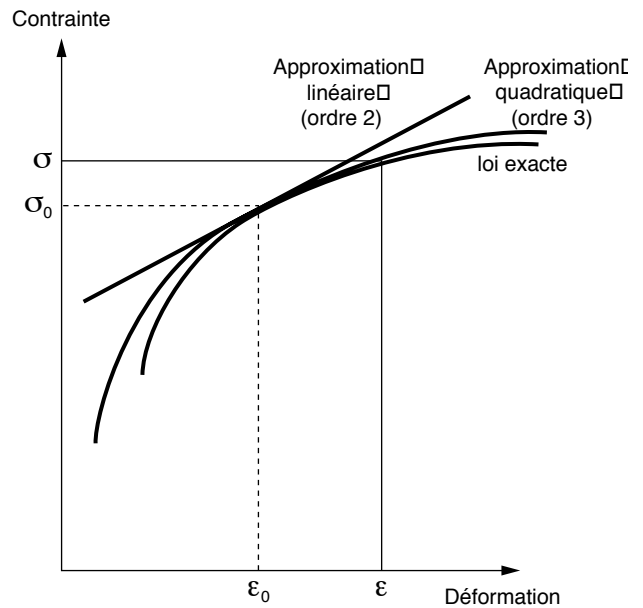


Figure 2

Loi de comportement contrainte-déformation  $(\sigma, \epsilon)$  d'un milieu élastique avec approximation linéaire (2<sup>e</sup> ordre) et quadratique (3<sup>e</sup> ordre) au voisinage de l'état de référence  $(\sigma_0, \epsilon_0)$ .

*Stress-strain  $(\sigma, \epsilon)$  constitutive relation for an elastic medium, including a linear (2nd order) and quadratic (3rd order) approximation (reference states are  $(\sigma_0, \epsilon_0)$ ).*

Le développement est ici limité aux termes cubiques en déformation. Les constantes  $M_0, M'(\sigma_0, \epsilon_0), M''(\sigma_0, \epsilon_0)$  sont définies à l'état  $(\sigma_0, \epsilon_0)$  et ne dépendent que de cet état. Le premier terme du second membre de l'équation (1) constitue l'approximation la plus « grossière », c'est-à-dire l'approximation linéaire de la contrainte au voisinage de l'état  $(\sigma_0, \epsilon_0)$ . Cette approximation concernant le comportement, appelée par les mécaniciens comportement linéaire tangent, est caractérisée par le module élastique  $M_0$  qui représente le coefficient de proportionnalité entre l'accroissement de contrainte  $(\sigma(\epsilon) - \sigma_0)$  et l'accroissement de déformation  $(\epsilon - \epsilon_0)$ . Les termes supplémentaires du second membre de (1) sont les termes d'ordre supérieur, à

savoir quadratique et cubique pour les deuxième et troisième termes respectivement.

Il convient ici d'ouvrir une parenthèse pour préciser la terminologie relative à la notion d'ordre dans les constantes élastiques car celle-ci peut prêter à confusion. Ainsi les constantes élastiques  $M_0$ ,  $M'$  et  $M''$  sont dites d'ordre 2, 3 et 4 respectivement alors qu'elles interviennent dans l'équation (1) aux puissances 1, 2 et 3 de la déformation  $(\varepsilon - \varepsilon_0)$ . Qui plus est, dans le langage courant,  $M_0(\varepsilon - \varepsilon_0)$  de l'équation (1) est le terme principal et les termes supplémentaires sont des termes correctifs aux différents ordres, à savoir au premier ordre pour  $M'$  et, au deuxième pour  $M''$ , etc. La cause de cette confusion vient de ce que la terminologie usuelle adoptée par les mécaniciens et les acousticiens — et que nous suivrons dans cet exposé — est basée sur le fait que la contrainte décrite par (1) est définie comme la dérivée de l'énergie élastique ( $\zeta$ ) par rapport à la déformation :

$$(\zeta) = (1/2)M_0(\varepsilon - \varepsilon_0)^2 + (1/3)M'(\varepsilon - \varepsilon_0)^3 + (1/4)M''(\varepsilon - \varepsilon_0)^4 + \dots \quad (2)$$

L'ordre des modules élastiques est directement lié à la place de ces constantes dans le développement de l'énergie élastique  $\zeta$  en fonction de la déformation. Ainsi  $M_0$ ,  $M'$  et  $M''$  sont dits d'ordre 2, 3 et 4 respectivement parce qu'ils interviennent à ces mêmes puissances de  $(\varepsilon - \varepsilon_0)$  dans l'expression de l'énergie  $\zeta$ . Du fait de la dérivation, ils interviennent dans un « ordre » différent dans la loi de comportement (1). Bien que la loi de comportement soit beaucoup plus souvent utilisée que l'expression de l'énergie dont elle dérive, il nous semble préférable de se conformer à l'usage et de garder la notion d'ordre des constantes élastiques tel que défini par l'équation (2).

Afin de faire apparaître les variations de modules élastiques avec la contrainte ou la déformation, nous pouvons arranger la loi de comportement (1) sous la forme suivante :

$$\sigma - \sigma_0 = M(\varepsilon)(\varepsilon - \varepsilon_0)$$

$$\text{où } M(\varepsilon) = M_0 + M'(\varepsilon - \varepsilon_0) + M''(\varepsilon - \varepsilon_0)^2 + \dots \quad (3)$$

Nous reconnaissons une forme très proche de la loi linéaire classique, où la contrainte est proportionnelle à la déformation. La différence, et elle est de taille, est que le coefficient de proportionnalité  $M(\varepsilon)$  n'est pas constant, mais dépendant de la déformation. Notons évidemment que dans l'état de contrainte/déformation  $(\sigma_0, \varepsilon_0)$  le module se réduit à  $M(\sigma_0, \varepsilon_0) = M_0$ .

Nous remarquons également dans l'équation (3) que la donnée des constantes élastiques  $M_0$ ,  $M'$  et  $M''$  à l'état  $(\sigma_0, \varepsilon_0)$  permet de calculer l'évolution du module élastique  $M$  dans des états de contrainte/déformation  $(\sigma, \varepsilon)$  voisins et donc de prédire l'évolution des vitesses élastiques dans ces états. Nous allons détailler ce dernier point.

Jusqu'à présent, nous avons supposé que les grandeurs modules, contraintes et déformations étaient scalaires. Cela n'est vrai que dans le cas des fluides pour lesquels  $\sigma$  désigne la pression (au signe près),  $\varepsilon$  la déformation volumique et  $M$  le module élastique linéaire (donc du deuxième ordre), c'est-à-dire l'inverse de la compressibilité. À chaque ordre de non-linéarité, il faut ajouter un seul module élastique. Cela n'est pas le cas pour les solides où les contraintes et les déformations (et par voie de conséquence les modules élastiques) sont nécessairement des grandeurs tensorielles. L'équation (1) reste formellement exacte et l'on peut définir toutes les composantes des tenseurs élastiques  $M_0$ ,  $M'$  et  $M''$ . Nous allons essayer d'en donner des représentations physiques simples en faisant appel à des expériences élémentaires dans un matériau supposé isotrope dans l'état initial  $(\sigma_0, \varepsilon_0)$ .

Le tenseur élastique du deuxième ordre,  $M_0$ , est caractérisé par seulement deux constantes indépendantes, par exemple  $K$  et  $\mu$  correspondant au coefficient de proportionnalité entre contrainte et déformation dans les deux cas simples suivants, la compression hydrostatique et le cisaillement simple. Aussi  $K$  est-il appelé module de compression ou d'incompressibilité et  $\mu$  module de cisaillement. Si  $\rho_0$  est la masse volumique du milieu dans l'état  $(\sigma_0, \varepsilon_0)$ , les vitesses de propagation des ondes P et S, respectivement notées  $V_{p_0}$  et  $V_{s_0}$ , sont telles que  $\rho_0 V_{p_0}^2 = K + 4/3\mu$  et  $\rho_0 V_{s_0}^2 = \mu$ .

Le tenseur élastique du troisième ordre,  $M'$ , est caractérisé par trois constantes indépendantes qui ont reçu diverses dénominations. Il s'agit des coefficients  $l$ ,  $m$  et  $n$  de Murnaghan, des coefficients  $A$ ,  $B$  et  $C$  de Landau ou des coefficients  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  et  $\nu_3$  de Toupin et Bernstein. Ces coefficients sont liés par les relations suivantes :

$$2l = 2B + 2C = \nu_1 + 2\nu_2$$

$$2m = 2B + A = 2\nu_2 + 4\nu_3$$

et

$$n = A = 4\nu_3$$

L'expression exacte du coefficient  $M'$  de l'équation (3) en fonction des constantes  $l$ ,  $m$  et  $n$  dépend du type de précontrainte et de l'onde considérée.

Il nous faut trois expériences élémentaires pour donner des interprétations physiques simples de ces coefficients. Nous supposons, dans ce qui va suivre, que le milieu considéré est fortement non linéaire, c'est-à-dire que le terme  $M'(\varepsilon - \varepsilon_0)$  de l'équation (2) n'est pas négligeable devant  $M_0$ . Notons que, pour des déformations en précontrainte de l'ordre de  $10^{-4}$  à  $10^{-5}$ , cela revient à supposer que les valeurs absolues des coefficients  $l$ ,  $m$  et  $n$  sont très supérieures aux coefficients  $K$  et  $\mu$  — ce qui est le cas dans les roches — et que les contraintes appliquées sont assez faibles (typiquement inférieures à 2 à 3 MPa dans les grès de Fontainebleau, voir les résultats expérimentaux) pour permettre de limiter au troisième ordre le développement des équations (1) et (2).

La première expérience consiste à soumettre le milieu à une contrainte uniaxiale ( $\sigma - \sigma_0$ ). Ce milieu, initialement isotrope, devient anisotrope. Soit  $V_{p//}$  et  $V_{p\perp}$  les vitesses d'ondes P dans les directions respectivement parallèles et perpendiculaires à la direction de la contrainte uniaxiale. On montre que l'anisotropie P, quantifiée par  $(V_{p//} - V_{p\perp})/V_{p//}$ , est proportionnelle à la contrainte ( $\sigma - \sigma_0$ ) et au coefficient  $m$  (notons que dans les roches  $V_{p//}$  est toujours supérieur à  $V_{p\perp}$ ).

La deuxième expérience consiste à soumettre l'échantillon au même état de contrainte et à mesurer les vitesses  $V_{s_1}$  et  $V_{s_2}$  des ondes S de cisaillement se propageant perpendiculairement à la direction de contrainte et polarisées respectivement parallèlement et perpendiculairement à cette direction de contrainte. On montre que  $(V_{s_1} - V_{s_2})/V_{s_1}$ , quantité ordinairement appelée biréfringence S, est proportionnelle à la contrainte ( $\sigma - \sigma_0$ ) et au coefficient  $n$  (notons que dans les roches  $V_{s_1}$  est toujours supérieure à  $V_{s_2}$ ).

La troisième expérience consiste à soumettre le milieu à une contrainte hydrostatique ( $\sigma - \sigma_0$ ). Le milieu initialement isotrope le reste, la vitesse de propagation des ondes P, initialement égale à  $V_{p_0}$  subit une variation relative  $(V_p - V_{p_0})/V_{p_0}$  proportionnelle à la pression ( $\sigma - \sigma_0$ ) (pour des pressions appliquées pas trop élevées) et à la quantité  $(3l + 2m)$ . Parallèlement, la variation relative  $(V_s - V_{s_0})/V_{s_0}$  est proportionnelle à la pression et à la quantité  $(6m - n)$ .

Le tenseur élastique  $M''$  du quatrième ordre est caractérisé par 4 coefficients indépendants qui ne portent pas de nom particulier et dont les interprétations physiques sont plus compliquées que celles des coefficients précédents. Nous ne traiterons pas de ce cas.

## 2.2 Résultats expérimentaux

Nous nous proposons de donner dans ce chapitre quelques ordres de grandeur des modules linéaires et non linéaires définis plus haut et mesurés dans les roches et d'autres matériaux homogènes de référence (eau, quartz, calcite, etc.). Notons tout d'abord que les mesures publiées permettant de calculer les coefficients élastiques non linéaires d'une roche sont peu nombreuses et correspondent toutes au cas  $\sigma_0 = 0$  (Zamora, 1990 ; Nur et Simmons, 1969). En effet, les expériences les plus courantes concernent les vitesses P et/ou S sous contrainte uniaxiale ou sous pression hydrostatique. Cela fait donc au total, dans le meilleur des cas, deux mesures indépendantes. Il manque ainsi, en général, au moins une autre donnée. Cette dernière donnée peut être fournie, de la manière la plus simple (celle choisie par les auteurs cités précédemment), en mesurant sous contrainte uniaxiale, les vitesses P et S dans la direction parallèle à la contrainte et une vitesse (c'est-à-dire P, ou  $S_1$  ou  $S_2$  puisqu'il y a biréfringence, le milieu étant devenu anisotrope) dans la direction perpendiculaire. Bien évidemment, des mesures redondantes sont souhaitables et contribuent à améliorer l'estimation des paramètres élastiques.

Comme nous l'avons vu plus haut, la détermination des constantes élastiques du 2<sup>e</sup> ordre (en abrégé CESO) est simple à partir de la mesure des vitesses des ondes P et S à la pression atmosphérique et de la masse volumique de la roche. En ce qui concerne les constantes élastiques du troisième ordre (CETO), il faut, d'après ce qui précède, mesurer par exemple une des vitesses P ou S, l'anisotropie P et la biréfringence S sous différents états de contrainte. La figure 3 représente les variations de la biréfringence S en fonction de la contrainte uniaxiale. Il s'agit de grès de Fontainebleau intact et sec, puis de la même roche (saturée d'eau ou sèche), mais microfissurée par choc thermique (Zamora, 1990). Nous remarquons tout d'abord que la biréfringence observée, induite par la contrainte, augmente lorsque le grès sec est microfissuré. Nous observons ici encore le rôle majeur des défauts mécaniques sur la non-linéarité élastique dans les roches. Notons aussi que la présence d'eau dans la roche diminue la biréfringence induite par la contrainte (voir aussi figure 1). L'eau, beaucoup moins compressible que l'air, contribue à rigidifier les défauts mécaniques et ainsi à réduire la non-linéarité acousto-élastique. Nous verrons dans la partie consacrée à l'acoustique non linéaire que cette observation ne semble pas généralisable.

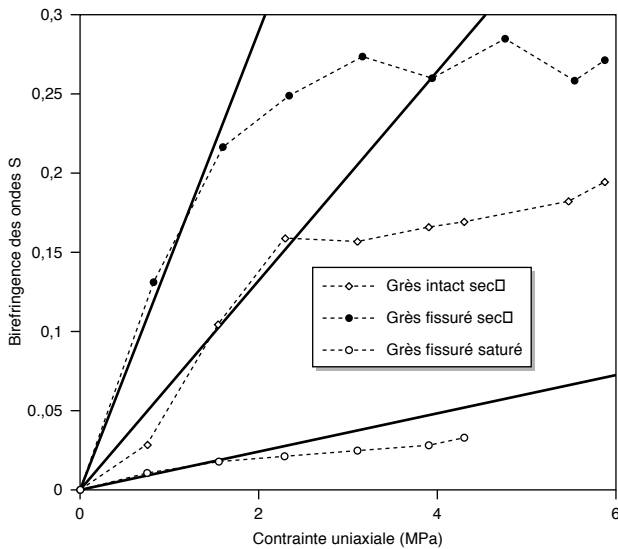


Figure 3

Évolution de la biréfringence des ondes S (fréquence centrale 1 MHz) en fonction de la contrainte uniaxiale dans du grès de Fontainebleau « intact » et fissuré par choc thermique. D'après Johnson et Rasolofosaon (1996a), résultats expérimentaux de Zamora (1990). Les droites en trait plein correspondent à l'évolution théorique prévue par le calcul à partir du coefficient  $n$  de Murnaghan déduit d'autres valeurs expérimentales.

*Variation of 1 MHz shear wave birefringence as a function of uniaxial stress, for Fontainebleau sandstone, before and after thermal shock.*

Sur ces exemples, nous pouvons noter également que jusqu'à des niveaux de contraintes de l'ordre de 2 à 3 MPa, l'hypothèse de proportionnalité entre la contrainte et l'effet non linéaire (ici la biréfringence) est assez raisonnable. Ceci signifie que pour ces niveaux de contraintes, les propriétés élastiques de la roche peuvent être décrites par une théorie jusqu'au troisième ordre, c'est-à-dire incluant les modules élastiques jusqu'à cet ordre uniquement et négligeant ceux d'ordres supérieurs, i.e. que le coefficient  $M''$  et les suivants sont nuls dans les équations (1) à (3). Au-delà de ces niveaux de contrainte, il faudrait faire intervenir les modules élastiques d'ordre supérieur à 3. Dans cet exemple, le changement de comportement au-delà de 2 à 3 MPa correspond à la fermeture de la quasi-totalité des microfissures présentes dans la roche.

Dans tout ce qui suit, nous ne considérerons que des niveaux de contrainte tels qu'une théorie à l'ordre 3 soit applicable. Dans le cadre de cette hypothèse, d'après ce qui précède, la pente d'une de ces courbes permet de

déterminer le coefficient  $n$  de la roche correspondante. Deux autres courbes du même type sur cette même roche permettent de déterminer le jeu complet des modules élastiques du troisième ordre  $l$ ,  $m$  et  $n$ . L'inversion du jeu complet des coefficients élastiques jusqu'à l'ordre 3 a été effectuée par différents auteurs (Johnson et Rasolofosaon, 1996a ; Rasolofosaon et Yin, 1997, par exemple) sur les données expérimentales disponibles de la littérature. Ces données concernent des liquides (eau et benzène, cf. Beyer, 1972), les cristaux composants majeurs des roches sédimentaires (quartz et calcite, cf. Beyer, 1972 ; Sirotine et Chaskolskaya, 1975) et des roches (grès de Fontainebleau, marbre, granite de Barre, cf. Nur et Simmons, 1969 ; Zamora, 1990). Notons que les cristaux, et dans une moindre mesure les roches, sont anisotropes en l'absence de contrainte (anisotropie élastique intrinsèque). Pour faire abstraction de cette anisotropie intrinsèque, nous avons considéré leurs propriétés élastiques moyennes dans toutes les directions de l'espace. Ceci revient à remplacer chacun de ces milieux, en l'absence de toute contrainte, par un milieu isotrope équivalent (Rasolofosaon et Yin, 1997). Dans les deux dernières colonnes de droite du tableau 1, nous avons reporté les coefficients  $b_s$  et  $a_p$  d'anisotropie induite par une contrainte uniaxiale. Le coefficient  $b_s = (4\mu + n)/8\mu^2$  représente la variation de biréfringence S induite par une augmentation d'une unité de contrainte et s'exprime en  $\text{GPa}^{-1}$ . De même, le coefficient  $a_p = (6K + 11\mu + 6m)/[2\mu(3K + 4\mu)]$  représente l'anisotropie P induite par une augmentation d'une unité de contrainte et s'exprime lui aussi en  $\text{GPa}^{-1}$ .

On voit sur le tableau 1 (valable seulement pour des contraintes inférieures à 3 MPa), que les valeurs des CESO des roches sont intermédiaires entre ceux des cristaux et ceux des liquides. Ceci était évidemment prévisible, les roches ayant des compressibilités intermédiaires entre celles des liquides et celles des cristaux. Dans les liquides et les cristaux, les valeurs absolues des CETO sont légèrement supérieures aux CESO. En revanche, dans les roches, les valeurs absolues des CETO peuvent être supérieures de plusieurs ordres de grandeur aux CESO (et donc peuvent être de plusieurs ordres de grandeur supérieures à celles des cristaux et des liquides). Notons cependant que, dans les milieux fortement non linéaires tels que les roches, l'importance de l'effet non linéaire ne se mesure pas à l'ordre de grandeur des valeurs absolues des CETO mais au rapport des CETO et des CESO (cf. définitions des paramètres  $b_s$  et  $a_p$  par exemple). Ainsi, la



TABLEAU 1

Valeurs des constantes élastiques du 2<sup>e</sup> et du 3<sup>e</sup> ordre et des coefficients d'anisotropie induite par une contrainte uniaxiale (inférieure à 3 MPa) dans divers matériaux et roches.

(Les origines des données sont citées dans le texte). (Grès Fo = Grès de Fontainebleau)

*2nd and 3rd order elastic constants, and uniaxial stress induced anisotropy coefficients for various materials (Grès Fo. = Fontainebleau sandstone).*

Matériau	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	Constantes élastiques (GPa)					Anisotropie induite par l'unité de contrainte (GPa <sup>-1</sup> )	
		2 <sup>e</sup> ordre (CESO)		3 <sup>e</sup> ordre (CETO)			Biréfringence S $b_s$	Anisotropie P $a_p$
		K	$\mu$	l	m	n		
Eau	1 000	2,3	0	-7,1	-2,3	0		
Benzène	879	1,5	0	-7,5	-1,5	0		
Quartz	2 650	38	48	-98	-89	-165	0,006	0,008
Calcite	2 710	76	37	-77	-136	-141	0,001	0,002
Grès Fo intact (sec)	2 414	15,3	11,7	-97 000	-99 400	-84 900	-78	-275
Grès Fo fissuré (sec)	2 414	7,8	5,7	-74 000	-64 500	-34 900	-134	-735
Grès Fo fissuré (saturé)	2 503	30,2	17,5	-59 100	-38 200	-27 500	-11,2	-41
Marbre sec	2 870	30	21,3	-40 300	-35 400	-20 300	-5,6	-28
Granite de Barre	2 650	13,8	18,2	-3 370	-6 740	-6 600	-2,5	-9,7

non-linéarité est beaucoup plus forte dans le grès de Fontainebleau sec microfissuré que dans cette roche « intacte » (comparer les valeurs absolues des paramètres  $b_s$  et  $a_p$ ) alors que les CETO du premier sont plus faibles que ceux du second. Notons par ailleurs que la présence d'eau dans les pores diminue d'un ordre de grandeur les effets non linéaires acousto-élastiques (cf. les valeurs absolues de  $a_p$  et  $b_s$ ). De manière générale, la non-linéarité élastique dans les roches, sous faible confinement, est supérieure de plusieurs ordres de grandeur à celle de leurs constituants (cristaux, liquides).

Notons d'autre part que, dans les roches, les contraintes jouent toujours dans le même sens (c'est-à-dire  $a_p$  et  $b_s$  toujours négatifs). Plus précisément, sous contrainte uniaxiale et pour une direction de propagation perpendiculaire à la direction de contrainte, l'onde de cisaillement  $S_1$  polarisée parallèlement à la direction de contrainte est toujours plus rapide que l'onde  $S_2$  polarisée perpendiculairement à la direction de contrainte. C'est le contraire de ce qui se passe « en moyenne » dans les cristaux (c'est-à-dire coefficients  $a_p$  et  $b_s$  positifs). Par ailleurs, l'onde P se propageant dans la direction de la contrainte est toujours plus rapide que celle qui se propage dans la direction perpendiculaire. C'est « en moyenne » le contraire dans les cristaux (coefficient  $a_p$  positif). Ainsi, de manière générale, le

changement, sous contrainte, des propriétés élastiques des roches se fait toujours dans le même sens et à des degrés très divers, alors que dans les solides « homogènes », les effets sont beaucoup plus faibles et peuvent être exactement en sens contraire, comme nous l'avons vu dans les cristaux. Dans le détail, le comportement des solides « homogènes » est plus diversifié. Ainsi par exemple, le fer présente un comportement analogue à celui des roches quant à l'anisotropie induite sur l'onde P et un comportement inverse pour ce qui concerne la biréfringence S ; mais l'intensité des effets non linéaires est infiniment plus faible dans le fer que dans les roches (Johnson et Rasolofosaon, 1996a).

Les liquides, ne reprenant pas les cisaillements ( $\mu = 0$ ), ne présentent pas, évidemment, de biréfringence induite par la contrainte ( $n = 0$ ). De manière plus générale, une expérience sous contrainte uniaxiale étant impossible dans les liquides, les paramètres  $a_p$  et  $b_s$  ne peuvent être définis dans de tels milieux. La non-linéarité dans les liquides, bien que négligeable par rapport à celle des roches non confinées, est importante comparée à celle des cristaux, qui eux, par rapport à tous les autres milieux, peuvent être pratiquement considérés comme linéairement élastiques (fig. 1).

Dans l'analyse de ces résultats expérimentaux, nous avons supposé deux points importants : qu'une théorie d'ordre 3 était applicable et que l'état de référence était

l'absence de contrainte. En appliquant la même analyse à l'ordre 3, mais pour une contrainte de référence de 3 à 4 MPa, on constate que la variation de biréfringence  $S$  induite par des variations de contrainte (fig. 3) par exemple, et par conséquent le coefficient  $n$ , baisse d'un facteur 3,2 ; 7,3 ; et 14,6 dans le grès de Fontainebleau respectivement fissuré et saturé d'eau, intact et fissuré et sec. Cet exemple simple illustre bien le fait que la réponse élastique non linéaire des roches diminue notablement sous contrainte.

## 2.3 Applications possibles en géophysique

Trois constatations laissent entrevoir des applications intéressantes :

- il existe une méthode de calcul développée en acousto-élasticité, dont la validité a été (de façon assez sommaire) démontrée au laboratoire et qui nous permet de relier variations de contraintes et variations de modules élastiques ;
- les valeurs absolues des coefficients élastiques non linéaires de Murnaghan mesurées dans les roches (surtout sous faible confinement) sont exceptionnellement élevées ;
- l'anisotropie des contraintes induit l'apparition dans les roches isotropes d'une anisotropie élastique (et sa conséquence, assez facile à mesurer, la biréfringence des ondes  $S$ ).

On peut donc espérer parvenir à la description des variations d'état de contrainte par des mesures de variation de vitesse d'ondes élastiques. Parmi les applications possibles, on peut envisager (par ordre d'intérêt et de difficulté croissants).

### 2.3.1 La simplification des mesures de laboratoire

Il s'agit d'un domaine d'importance économique marginale, mais sa simplicité même peut nous permettre d'appréhender les difficultés rencontrées ailleurs. La mesure de l'évolution, en fonction de la contrainte uniaxiale, des vitesses d'onde élastique dans les roches est expérimentalement beaucoup plus facile que la mesure sous confinement isotrope (et a fortiori triaxial), alors que les applications pratiques concernent surtout le deuxième cas. Il est donc naturel de penser utiliser les résultats de l'acousto-élasticité pour mesurer en « uniaxial » et prédire les résultats en « confinement ». Des essais (non publiés) nous ont montré que ce n'était

pas si simple. La médiocre concordance entre les résultats calculés et mesurés tient à deux causes principales :

- Nous avons vu que, dans les roches, l'approximation au troisième ordre n'était valable que sur un intervalle de contrainte relativement étroit (quelques mégapascals). Or, nos mesures concernaient un domaine de contrainte beaucoup plus grand.
- Par ailleurs, les limites de comportement élastique du matériau sont beaucoup plus vite atteintes lors d'une mesure en contrainte uniaxiale que sous confinement. Et la démarche acousto-élastique perd tout sens si l'on quitte le domaine élastique.

Ces deux types de difficultés se rencontrent dans toute tentative d'application pratique.

### 2.3.2 La surveillance de l'évolution de l'état de contrainte autour d'un ouvrage

Dans le cas d'un ouvrage à faible profondeur, il est relativement facile (et peu coûteux ?) de mesurer par les méthodes conventionnelles (sismique entre puits avec capteurs permanents cimentés, etc.) les vitesses élastiques dans les terrains vierges (dont on peut par ailleurs mesurer les contraintes) et de répéter ces mesures pendant la construction de l'ouvrage et son évolution dans le temps. Si des mesures de laboratoire sur carottes de reconnaissance ou, préférablement, sur gros échantillons excavés au cours de travaux, permettaient une estimation fiable des coefficients de non-linéarité élastique de Murnaghan, il paraîtrait possible de mesurer l'évolution du champ de contrainte au cours du temps. Là encore, la difficulté principale risque d'être la non-applicabilité de la méthode dès que l'on quitte le domaine élastique.

### 2.3.3 La surveillance de l'état des contraintes dans un réservoir

Il est naturel de poursuivre, pour le cas d'un réservoir en cours de production, le raisonnement esquissé ci-dessus pour un ouvrage de surface. C'est d'ailleurs ce qui est implicitement fait dans le cas du monitoring sismique des gisements, mais en se limitant le plus souvent, dans les cas actuels à une approche qualitative : la détection des zones de variations. Peut-on espérer la mise au point de méthodes quantitatives ? Deux constatations limitent considérablement les possibilités :

- Les contraintes de préconfinement sont, dans un réservoir, d'un autre ordre de grandeur que celles mises en jeu en surface (« l'unité de mesure » en profondeur étant la dizaine de mégapascals comparée au

mégapascal en surface). On se trouve donc souvent dans un domaine de contrainte où, la plupart des défauts mécaniques ayant été refermés, la valeur absolue des coefficients non linéaires diminue notablement. Ce domaine de contrainte où les vitesses acoustiques varient très peu en fonction du confinement (fig. 1) est parfois dénommé « zone terminale » en physique des roches. Bien que les variations de contraintes à attendre soient elles aussi beaucoup plus fortes, il faudrait une extrême sensibilité sur la mesure des vitesses. Les dispositifs classiques utilisables pour l'étude des réservoirs (sismique de surface, sismique de puits) ne fournissent dans la plupart des cas, ni la précision sur la mesure des vitesses, ni la redondance d'information nécessaire pour ce type de méthode.

- Le peu de données expérimentales dont on dispose sur les coefficients non linéaires se limite aux approximations au 3<sup>e</sup> ordre autour des valeurs de faibles contraintes. L'acquisition de données sous fortes contraintes supposerait un travail expérimental sans difficulté technique particulière, mais demandant un effort en temps et matériel très important.

Il existe un cas particulier favorable où une information intéressante peut être obtenue : si une variation de l'état de contrainte induit une biréfringence d'onde S mesurable. Mais de nombreuses formations géologiques sont « naturellement » anisotropes et l'on observe dans beaucoup de couches géologiques non perturbées une biréfringence faible (quelques pourcent), mais suffisante pour masquer souvent une biréfringence induite par une variation de contrainte, sauf à pouvoir bénéficier de méthodes géophysiques parfaitement répétitives. De plus, même si cet effet acousto-élastique est décelable en milieu intrinsèquement anisotrope, la complexité de la description globale du phénomène rend rapidement toute application rigoureuse particulièrement compliquée. Par exemple, la description dans le cas le plus simple d'anisotropie, à savoir l'isotropie transverse d'axe vertical (perpendiculaire aux couches), nécessite la connaissance de cinq constantes du 2<sup>e</sup> ordre et dix constantes du 3<sup>e</sup> ordre.

Bien entendu, la connaissance de la totalité de ces nombreuses constantes n'est pas nécessaire pour tenter des interprétations géophysiques intéressantes, mais l'intérêt des méthodes acousto-élastiques réside dans l'aspect quantitatif qu'elles permettent d'apporter, par opposition à l'interprétation qualitative communément utilisée. À l'heure actuelle, nous ne disposons d'aucune

information sur la précision des résultats de calculs acousto-élastiques dans les cas où l'on ignore des constantes « mineures ».

#### 2.3.4 Étude des variations latérales ou verticales de l'état de contrainte d'une couche géologique

On pourrait, en poussant le raisonnement à l'extrême, considérer que dans une couche géologique ayant a priori des propriétés élastiques homogènes, une part prépondérante des variations latérales des modules acoustiques (valeur absolue et anisotropie) est liée à une variation de l'état de contrainte *in situ*. Il s'agit là d'une hypothèse hasardeuse (il est plus simple d'attribuer les variations latérales de propriétés élastiques à des variations intrinsèques : porosité, faciès, etc.), mais très fertile en conséquences pour l'interprétation géophysique. Mais cela dépasse de beaucoup les limites de notre sujet.

### 3 ACOUSTIQUE NON LINÉAIRE

#### 3.1 Principes de base

L'acoustique non linéaire consiste à étudier la propagation d'ondes d'amplitude non plus très faible, comme dans le cas linéaire, mais assez grande (nous verrons que la définition de « assez grande » est un point important). Le fait que l'onde ne soit plus une petite perturbation, mais induise localement des déformations notables du milieu de propagation, a pour conséquence l'apparition de nouveaux phénomènes inconnus dans le cas linéaire élastique, entre autres la génération d'harmoniques et l'interaction onde-onde. Nous nous proposons dans cette section de décrire sommairement ces phénomènes.

##### 3.1.1 Génération d'harmoniques

Considérons un train d'onde élastique monofréquentiel à la source, et qui se propage dans un milieu élastique non linéaire. La figure 4 représente l'état vibratoire (plus exactement la déformation locale) du milieu à un instant donné. Dans un premier temps, c'est-à-dire avant que la non-linéarité ne se soit suffisamment manifestée, l'état vibratoire du milieu (courbe en trait continu) est globalement sinusoïdal de période spatiale égale à  $\lambda_0$ , la longueur d'onde correspondant aux faibles perturbations, avec une succession de zones en

compression (régions AB, CD, EF, etc.) séparées par des zones en extension (régions BC, DE, FG, etc.). Les frontières entre ces zones (points A, B, C, D, etc.) correspondent à des régions où le milieu n'est pas déformé localement.

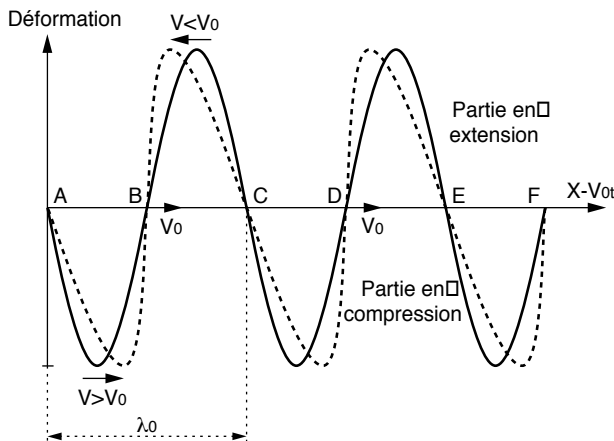


Figure 4

Évolution de l'état vibratoire (déformation) d'un milieu en fonction de la distance réduite  $(X - V_0 t)$  à la source (l'observateur suit l'onde avec la vitesse  $V_0$  des ondes de faible perturbation). Le trait plein correspond au cas de linéarité parfaite et le trait pointillé au cas de présence de non-linéarité. Noter que dans les roches les « pics » (zones en compression) ont tendance à rattraper les « creux » (zones en tension).

*Evolution of the vibratory (strain) state of a medium as a function of the reduced distance  $(X - V_0 t)$  to the source. Continuous curve: perfectly linear case, dashed curve: non linear case.*

Considérons maintenant la modification que subirait la forme de cette onde, lors de sa propagation, du point de vue d'un observateur se déplaçant à la vitesse  $V_0$  des ondes linéaires de faible amplitude (cf. abscisse de la figure 4 égale à  $X - V_0 t$ ,  $X$  désignant la distance à la source). Nous avons vu précédemment que le module élastique du milieu (et donc la vitesse de propagation des ondes dans ce milieu) dépendait de l'état de contrainte. Supposons, comme c'est le cas dans les roches, que les vitesses augmentent avec la pression. Ainsi, si les points A, B, C, D, etc. de l'onde se propagent à la vitesse  $V_0$  de l'observateur, alors les parties AB, CD, EF, etc., en compression, se propageront à une vitesse supérieure et auront tendance à rattraper l'observateur. A contrario, les parties BC, DE, FG, etc., en extension, se propageront à une vitesse inférieure à  $V_0$  et auront donc tendance à être rattrapées par

l'observateur. L'onde résultante est schématisée en pointillé sur la figure 4.

Du point de vue de l'observateur mobile, on peut résumer sommairement le phénomène en disant que, considérant les déformations, les « creux » de l'onde rattrapent les « pics » de l'onde. C'est précisément ce phénomène qui est à l'origine de la génération d'harmoniques lors de la propagation de l'onde. En effet, bien que l'onde initiale soit monofréquentielle, après propagation dans le milieu non linéaire l'onde subit la distortion décrite ci-dessus et voit donc son spectre fréquentiel changer radicalement, avec un enrichissement en hautes fréquences. On parle alors de génération d'harmoniques car si  $f_0$  est la fréquence du signal source, l'analyse de Fourier du signal qui s'est propagé montrerait la présence dans ce signal des fréquences multiples  $2f_0, 3f_0, 4f_0$ , etc., c'est-à-dire des harmoniques de la fréquence  $f_0$  de rang 2, 3, 4, etc., (pour éviter d'employer le mot « ordre »). Il est important de préciser que la modification du spectre de l'onde lors de sa propagation ne se réduit pas à un simple filtrage sélectif des hautes fréquences présentes dans le spectre d'émission, comme dans le cas de la propagation des ondes mécaniques perturbatives dans les milieux linéairement viscoélastiques tels que les roches (cf. Bourbié *et al.*, 1986), mais consiste bien en la génération de fréquences absolument inexistantes dans le spectre d'émission.

De manière plus quantitative, si l'on considère une onde de compression se propageant dans un milieu élastique non linéaire du 3<sup>e</sup> ordre (constantes ou tenseurs  $M_0$  et  $M'$  non nuls et  $M''$  et les autres constantes ou tenseurs d'ordre supérieur nuls), la vitesse de l'onde  $V_p(\varepsilon)$  correspondant à un niveau de déformation  $\varepsilon$  est égale à :

$$V_p(\varepsilon) = V_0(1 + \beta\varepsilon) \quad (4)$$

où  $\beta$ , coefficient de non-linéarité est défini par :

$$\beta = 3/2 + (1 + 2m)/(K + 4/3\mu) \quad (5)$$

Dans la formule (4), on reconnaît la vitesse  $V_0 = V_p(\varepsilon = 0)$  à déformation nulle, c'est-à-dire la vitesse des ondes P en régime linéaire classique. Dans les roches, les coefficients de Murnaghan du 3<sup>e</sup> ordre,  $l$  et  $m$ , sont négatifs mais de valeurs absolues très supérieures aux coefficients du deuxième ordre  $K$  et  $\mu$ . Dans ces milieux, le coefficient de non-linéarité  $\beta$  est donc grandement négatif : on retrouve bien l'observation que, sous compression ( $\varepsilon < 0$ ), la vitesse  $V_p$  croît.

Revenons sur l'évolution ultérieure de la forme de l'onde. Nous avons résumé sommairement le

phénomène en disant que les « creux » de l'onde avaient tendance à rattraper les « pics » de l'onde, mais ils ne peuvent les dépasser car cela correspondrait à la situation physiquement impossible où le même point de l'espace serait dans plusieurs états de déformation différents. Ce problème a été largement discuté par les physiciens du XIX<sup>e</sup> siècle. Stokes (voir Hamilton, 1986) a fourni une explication simple centrée autour du fait que les phénomènes de dissipation contrebalançaient la formation des discontinuités (nous reviendrons un peu plus loin sur ce phénomène). Pour simplifier, il y a accumulation de l'énergie élastique autour des régions frontières entre les zones en compression et en extension, avec formation d'une onde de choc. Le signal prend alors une forme caractéristique en dents de scie. La distance critique à la source  $x_c$  pour laquelle les creux rejoignent théoriquement les pics est appelée distance de choc et est donnée par la formule :

$$x_c = \lambda_0 / (2\pi|\beta\varepsilon_s|) \quad (6)$$

où  $\varepsilon_s = v_s/V_0$  ( $v_s$  désigne la vitesse maximale de déplacement des particules à la source) est appelé nombre de Mach acoustique et représente la déformation maximale due à l'onde à la source et  $\lambda_0 = V_0/f_0$  est la longueur d'onde à la source. Il faut toutefois noter qu'en toute rigueur, la formule précédente suppose des déformations pas trop grandes.

La formule nous montre que le choc survient d'autant plus près de la source que le milieu est non linéaire ( $|\beta|$  grand), que la sollicitation est forte (déformation  $\varepsilon_s$  à la source grande) et que la longueur d'onde  $\lambda_0$  à la source est petite. A contrario, dans les milieux très faiblement non linéaires et/ou pour de faibles perturbations, la distance  $x_c$  devient infiniment grande.

Nous l'avons dit, dans la pratique, un fait limite considérablement la formation d'ondes présentant de forte distorsion : c'est l'amortissement que subit l'onde au cours de sa propagation du fait de l'atténuation liée au milieu de propagation et/ou de la divergence géométrique des faisceaux. Puisque l'atténuation dans les roches augmente avec la fréquence, plus les harmoniques considérés seront de rang élevé, plus ils seront atténués. Ainsi, du fait de l'atténuation, le taux d'accroissement de l'amplitude des harmoniques par rapport à celle de la fondamentale  $f_0$  sera bien moindre que celui suggéré par la figure 4. Ce phénomène aura tendance à retarder voire à empêcher la formation du choc (Blackstock 1964). Aussi, les effets de choc ne sont-ils observés dans les roches que lorsque des énergies énormes sont mises en jeu, soit naturellement au foyer

de certains séismes, soit artificiellement à proximité d'explosions (essais nucléaires).

### 3.1.2 Interaction onde-onde.

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que le cas d'une seule onde. Qu'en est-il lorsque deux ou plusieurs ondes de fréquences différentes interfèrent dans un milieu ? Nous savons que lorsque les phénomènes sont linéaires, il est possible d'appliquer le principe de superposition. Ce dernier dit que la réponse d'un système linéaire à plusieurs sollicitations est tout simplement la somme des réponses à chacune des sollicitations élémentaires (c'est-à-dire en l'absence des autres sollicitations). En d'autres termes, dans le cas linéaire, les différentes ondes élémentaires subissent une évolution propre, indépendante de la présence d'autres ondes, et la réponse globale est la somme de toutes ces réponses élémentaires. Ce n'est plus le cas en régime non linéaire. En effet, sur le lieu de passage d'une onde d'amplitude suffisamment forte, les propriétés du milieu sont localement et passagèrement modifiées, de sorte qu'une autre onde passant simultanément au même endroit verra un milieu différent du milieu qu'elle aurait vu sans le passage de la première onde. On parle d'interaction onde-onde.

Voyons le phénomène sous un angle plus quantitatif, en nous limitant à une non-linéarité d'ordre 3. Considérons la loi de comportement du milieu sous la forme de l'équation (1) où  $\sigma_0 = 0$  et  $\varepsilon_0 = 0$ , ce qui correspondrait à un état de référence sans contrainte ni déformation :

$$\sigma = M_0\varepsilon + M'\varepsilon^2 \quad (7)$$

Pour simplifier, et sans que cela nuise à la justesse du raisonnement, nous allons négliger l'aspect propagatif des ondes et considérer que l'on a affaire localement à une mise en résonance du milieu par deux sources,  $S_1(t) = \varepsilon_1 \cos \omega_1 t$  et  $S_2(t) = \varepsilon_2 \cos \omega_2 t$ , de pulsations respectives  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et d'amplitudes  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  correspondant à des déformations.

Reprenant l'équation (1), nous pouvons exprimer la réponse du milieu aux deux sollicitations  $S_1(t)$  et  $S_2(t)$  sous la forme :

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \sigma_{\text{linéaire}}(t) + \sigma_{\text{non linéaire}}(t) \\ \text{où } \sigma_{\text{linéaire}}(t) &= M_0(\varepsilon_1 \cos \omega_1 t + \varepsilon_2 \cos \omega_2 t), \\ \text{et } \sigma_{\text{non linéaire}}(t) &= M'(\varepsilon_1 \cos \omega_1 t + \varepsilon_2 \cos \omega_2 t)^2 \\ &= M'\{(\varepsilon_1)^2 \cos^2 \omega_1 t + (\varepsilon_2)^2 \cos^2 \omega_2 t \\ &\quad + 2\varepsilon_1 \varepsilon_2 \cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t\} \quad (8) \end{aligned}$$

en utilisant les identités trigonométriques, on peut écrire les deux premiers termes de la partie non linéaire de la réponse sous la forme :

$$M\{(\varepsilon_1)^2 \cos^2 \omega_1 t + (\varepsilon_2)^2 \cos^2 \omega_2 t\} \\ = M/2\{[(\varepsilon_1)^2 + (\varepsilon_2)^2]/2\} + M/2\{(\varepsilon_1)^2 \cos(2\omega_1 t) \\ + (\varepsilon_2)^2 \cos(2\omega_2 t)\} \quad (9)$$

où l'on reconnaît dans le premier terme de (9), à droite de l'égalité, la composante continue (c'est-à-dire indépendante du temps) et dans le deuxième terme, les harmoniques de rang 2 engendrés par chacune des ondes (cf. section précédente sur la génération d'harmoniques).

Quant au terme « croisé » de la partie non linéaire (troisième terme de l'équation (8)) on peut également l'écrire comme la somme de deux termes :

$$2M'\varepsilon_1 \varepsilon_2 \cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t = M'\varepsilon_1 \varepsilon_2 \cos(\omega_1 + \omega_2)t \\ + M'\varepsilon_1 \varepsilon_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t \quad (10)$$

Sous cette dernière forme on voit que, dans ce terme croisé, deux nouvelles composantes fréquentielles ont été créées, l'une proportionnelle à la somme des pulsations  $(\omega_1 + \omega_2)$ , l'autre à leur différence  $(\omega_1 - \omega_2)$ .

Une autre manière de décrire ce même phénomène est de considérer la forme mathématique initiale de ce terme croisé (partie gauche de l'équation (10)) en prenant le cas particulier où l'une des fréquences,  $\omega_1$  par exemple, est très supérieure à l'autre. Dans ce cas, le terme croisé représente alors une oscillation sinusoïdale de fréquence  $\omega_1$ , d'amplitude variable modulée à la fréquence  $\omega_2$ .

Pour conclure, remarquons que tous les effets non linéaires décrits ici sont proportionnels au coefficient non linéaire du troisième ordre  $M'$  (le seul pris en compte dans notre description simplifiée) et aux produits des amplitudes  $[(\varepsilon_1)^2, (\varepsilon_2)^2$  ou  $\varepsilon_1 \varepsilon_2]$ .

## 3.2 Résultats expérimentaux

### 3.2.1 Expériences de laboratoire

On pourra trouver dans Johnson et Rasolofosaon (1996b) une revue récente de résultats expérimentaux en laboratoire. Trois méthodes sont mises en œuvre pour mettre en évidence, dans les roches, des comportements élastiques non linéaires et pour estimer, avec plus ou moins de difficultés, les paramètres de non-linéarité de ces matériaux :

#### Résonance non linéaire

Il s'agit d'une expérience classique de barre résonnante (voir Lucet *et al.*, 1991, pour une présentation

extensive de la résonance linéaire), dans laquelle on augmente l'excitation jusqu'à atteindre des valeurs de déformation supérieures à  $10^{-5}$  (voir par exemple, Bulau *et al.*, 1984). Rappelons le principe de l'expérience de barre résonnante : une barre de roche est mise en résonance par une excitation sinusoïdale d'une de ses extrémités (système aimant/bobine par exemple), tandis que la vibration résultante (A) est mesurée à l'autre extrémité (par un accéléromètre par exemple). En faisant varier la pulsation ( $\omega$ ) d'excitation, on enregistre un pic de résonance (A fonction de  $\omega$ ) qui permet, en régime linéaire, de mesurer la vitesse de propagation des ondes (fréquence de résonance) et l'atténuation intrinsèque (largeur du pic) (fig. 5a). En régime non linéaire deux phénomènes caractéristiques apparaissent (fig. 5b, 5c1 et 5c2) :

- Le pic de résonance n'est plus symétrique (fig. 5b) : la valeur de la pulsation ( $\omega$ ) correspondant au maximum d'amplitude de vibration est une fonction de cette amplitude. On peut donc tracer la fonction reliant la différence ( $\Delta\omega$ ) entre cette pulsation et la pulsation de résonance linéaire ( $\omega_0$ ) à la déformation ( $\varepsilon$ ).
- Le signal temporel enregistré n'est plus monofréquentiel (quand bien même l'excitation reste sinusoïdale), mais présente des harmoniques (fig. 5c). Notons que, dans les roches, les harmoniques impairs sont souvent les mieux représentés. On peut tracer la relation entre le rapport d'amplitude ( $\omega_n/\omega_1$ ) d'un harmonique donné ( $\omega_n$ ) à l'amplitude de la fondamentale ( $\omega_1$ ) en fonction de la déformation.

Dans la pratique, bien des phénomènes compliquent l'expérience. La forme du pic de résonance dépend du sens de variation de la fréquence : on observe un net phénomène d'hystérésis (fig. 5b). Mais surtout, le temps d'application de la vibration influe sur le résultat observé. Pour une expérience d'une certaine durée (typiquement plusieurs minutes), les premiers pics de résonance sont souvent différents des suivants. Ce phénomène, compliqué dans le détail (voir par exemple TenCate et Shankland, 1996), ne perturbe pas grandement le résultat pour les roches « normales ».

Le calcul des paramètres de non-linéarité à partir des résultats expérimentaux (courbes  $\Delta\omega$  fonction de  $\varepsilon$  et  $\omega_n/\omega_1$  fonction de  $\varepsilon$ ) est plus délicat. En effet, en supposant le problème unidimensionnel (et en ondes d'extension uniquement), l'équation du mouvement s'écrit :

$$\rho(\partial^2 u_{(x,t)}/\partial t^2) = \partial \sigma_{(x,t)}/\partial x \quad (11)$$

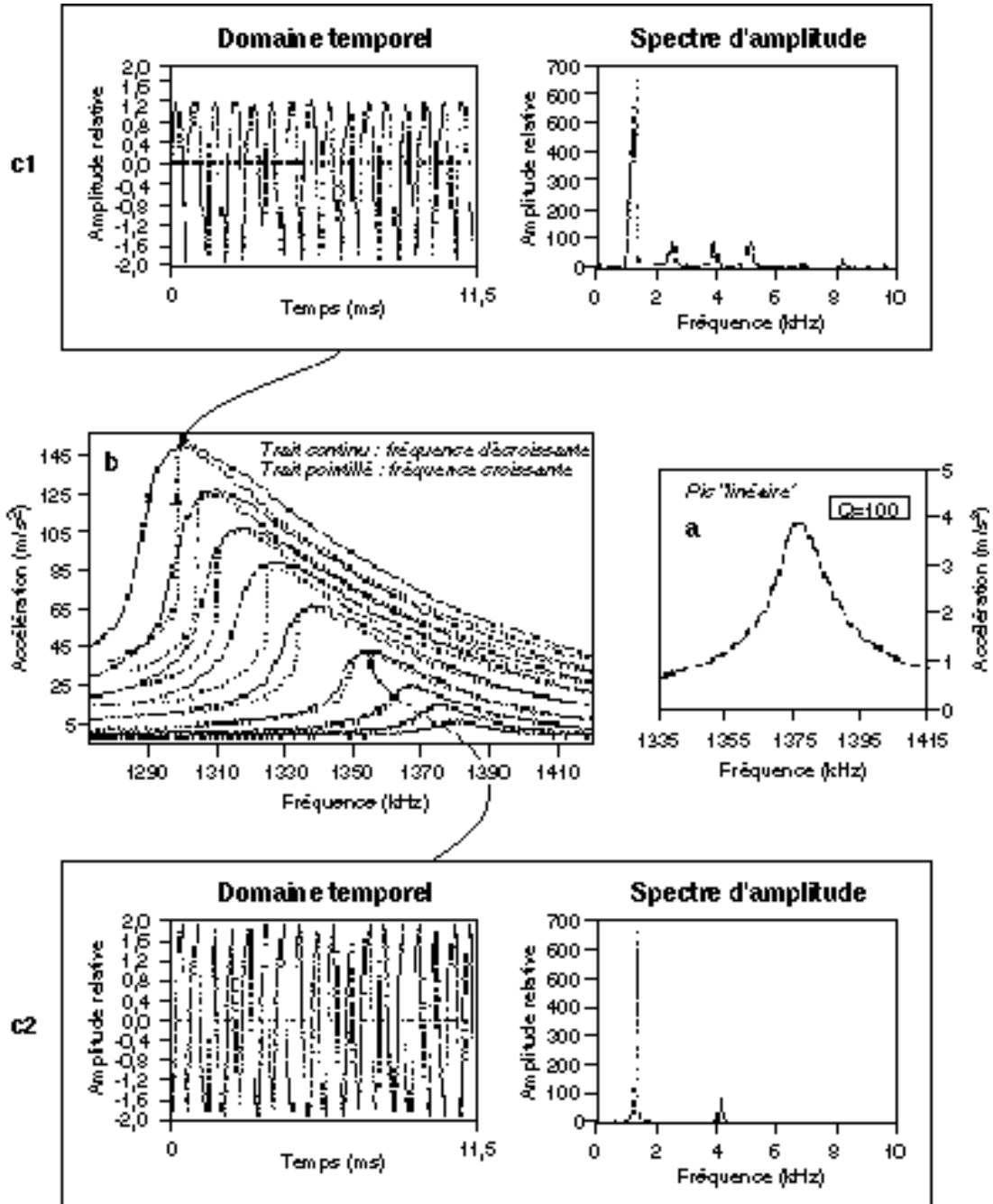


Figure 5

Exemple d'enregistrement de pic de résonance. D'après Johnson *et al.* (1996) :

- a) Pic de résonance linéaire.
- b) Résonance non linéaire dans le domaine fréquentiel pour diverses amplitudes d'excitation (vitesse de balayage en fréquence : 1 hertz par seconde).
- c1) et c2) Enregistrements de signaux temporels et spectres fréquentiels correspondants.

*Example of resonance peaks records (after Johnson et al., 1996):*

- a) Linear resonance peak.
- b) Non linear resonance in the frequency domain for progressively increasing excitation amplitudes (note scale difference with that of the linear peak in (a)).
- c1) and c2) Time signals and corresponding frequency spectra.

où  $u_{(x, t)}$  et  $\sigma_{(x, t)}$  désignent respectivement la composante axiale du déplacement de particule et la contrainte de compression axiale qui ne dépendent que d'une variable de l'espace ( $x$ ) et du temps ( $t$ ). En se limitant à un développement au 4<sup>e</sup> ordre, la contrainte  $\sigma$  est donnée par l'équation suivante :

$$\sigma = E(1 + \beta\varepsilon + \delta\varepsilon^2) \varepsilon \quad (12)$$

où  $E$  désigne le module d'Young en régime élastique linéaire et  $\beta$  et  $\delta$  les coefficients de non-linéarité respectivement au 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> ordre. Le milieu étant supposé fortement non linéaire, on peut négliger la non-linéarité géométrique (voir paragraphe 1.1) et donc considérer que  $\varepsilon = \partial u / \partial x$  (termes quadratiques non pris en compte). En reportant (12) dans (11) on obtient :

$$\partial^2 u / \partial t^2 = \partial(c^2 \partial u / \partial x) / \partial x \quad (13)$$

où  $c^2 = c_0^2 [1 + \beta \partial u / \partial x + \delta (\partial u / \partial x)^2]$  et  $c_0^2 = E / \rho$

Comme prévu, l'équation décrit la propagation d'une onde à une vitesse  $c$  dépendant du niveau de déformation  $\varepsilon = \partial u / \partial x$ . La déformation étant nulle en moyenne sur une période, en prenant les moyennes sur une période de chacun des termes de l'équation (13), le terme en  $\beta$  disparaît et le terme en  $\delta$  est remplacé par sa moyenne, c'est-à-dire :

$$\langle (\partial u / \partial x)^2 \rangle \approx \delta \varepsilon^2 \quad (14)$$

où  $\langle \cdot \rangle$  désigne la moyenne, sur une période, de la quantité considérée. En négligeant les termes de puissances supérieures à 2 en  $\varepsilon$ , l'équation (13) conduit à :

$$(c^2 - c_0^2) / c^2 \approx (\omega^2 - \omega_0^2) / \omega_0^2 \approx 2\Delta\omega / \omega_0 \approx \delta \varepsilon^2 \quad (15)$$

Notons qu'un traitement plus rigoureux, prenant en compte les variations spatiales (en fonction de  $x$ ) du champ de déformation dans la barre conduirait à la même formule, à un coefficient d'ordre 1 près (voir Guyer *et al.*, 1995). L'équation (15) classique prévoit donc une dépendance du décalage en fréquence  $\Delta\omega$  en  $\varepsilon^2$ .

Les résultats expérimentaux sont le plus souvent en désaccord avec cette prédiction théorique : l'exposant  $q$  de la relation  $\Delta\omega \propto \varepsilon^q$  est rarement égal à 2 comme le prévoit ce modèle et les harmoniques impairs sont souvent prépondérants (voir Guyer *et al.*, 1995).

Mais surtout, les coefficients de non-linéarité calculés par cette théorie simple à partir des valeurs expérimentales diffèrent souvent de plusieurs ordres de grandeur par rapport à ceux calculés à partir des mesures d'acousto-élasticité. Il y a à cela deux explications possibles :

– La relation contrainte/déformation dans les roches présente un net phénomène d'hystérésis. Très

classiquement observé dans les essais statiques, ce phénomène d'hystérésis a des conséquences très importantes sur les vibrations non linéaires entretenues (voir par exemple McCall et Guyer, 1994)

– La relation contrainte/déformation (et donc la non-linéarité) pour une oscillation de petite amplitude autour d'un point d'équilibre (cas de l'acoustique non linéaire) peut être très différente de celle observée dans le cas de variations de forte amplitude statique (cas de l'acousto-élasticité).

Pour toutes ces raisons, et contrairement à ce qui était le cas pour les expériences acousto-élastiques, nous sommes incapables, en l'état actuel et mis à part quelques cas particuliers favorables, de calculer à partir des expériences de résonance non linéaire des coefficients de non-linéarité directement utilisables dans des modélisations. Des recherches très actives conduites actuellement (à Los Alamos, notamment) pourraient faire évoluer rapidement cette situation.

Les expériences de résonance non linéaire nous fournissent toutefois des informations semi-quantitatives très précieuses, surtout concernant le seuil de non-linéarité, c'est-à-dire la déformation minimale pour laquelle le matériau présente un comportement élastique non linéaire. Cette notion de seuil de non-linéarité est bien sûr importante dès que l'on envisage des applications éventuelles et il faut essayer de préciser sa définition à partir de deux constatations a priori contradictoires :

– Si l'on adopte une définition rigoureuse, il est probable que ce seuil n'existe physiquement pas. On peut raisonnablement penser que des effets non linéaires se manifestent même à de très petites déformations, et de ce point de vue, le seuil de non-linéarité serait un seuil de détection dépendant du dispositif de mesure et non du matériau lui-même.

– Pourtant, les expérimentateurs, quel que soit le paramètre étudié (vitesse, atténuation, etc.), font toujours référence à ce seuil qu'ils situent, le plus souvent, autour de  $10^{-6}$  (voir par exemple Winkler *et al.*, 1979).

Une expérience de TenCate (en cours de publication) peut fournir une explication satisfaisante. Grâce à un dispositif de mesure exceptionnellement sensible, il détecte effectivement, sur du grès de Berea en résonance, des effets non linéaires pour de très petites déformations ( $10^{-9}$  ?). Mais ces effets sont extrêmement faibles et restent très faibles tant que l'on n'atteint pas un certain niveau de déformation, à partir duquel on observe un net changement de tendance. Ce



seuil de déformation critique correspond probablement au déclenchement d'un nouveau mécanisme physique générateur de non-linéarité beaucoup plus marquée. En s'en tenant à cette description, on peut considérer le seuil de non-linéarité comme une caractéristique du matériau dans un état de saturation/confinement donné. Nous résumons, ci-dessous, les informations obtenues par les expériences de résonance (Johnson *et al.*, 1996), concernant ce seuil de non-linéarité :

- En l'absence de pression de confinement, de nombreuses roches sèches présentent des comportements élastiques non linéaires facilement mis en évidence pour des déformations égales (et souvent nettement inférieures) au seuil classique de  $10^{-6}$ .
- En état de saturation en eau, le paramètre atténuation augmente souvent considérablement, rendant beaucoup plus difficile l'excitation de déformations au seuil de  $10^{-6}$ . Mais il semble bien que pour une même valeur de déformation, la non-linéarité des roches saturées soit au moins égale à celle des roches sèches. Dans certaines roches carbonatées, la saturation en eau augmente considérablement la tendance non linéaire jusqu'à conduire à des comportements tout à fait anormaux, comme dans la craie.
- La pression effective exercée sur la roche induit une très nette diminution de la tendance au comportement non linéaire, et ce pour des valeurs assez faibles de pression, de l'ordre de 5 mégapascals par exemple (Zinszner *et al.*, 1997). Un exemple extrême est celui d'un grès de Fontainebleau qui, sans confinement, présente une exceptionnelle non-linéarité pour des déformations inférieures à  $10^{-7}$  et devient, sous pression effective de 30 MPa, aussi linéaire que le quartz, unique constituant de ce grès. Il s'agit là d'une observation très importante pour l'examen d'applications possibles en géophysique où l'on étudie des formations géologiques enfouies en profondeur et donc sous forte pression effective.

#### *Propagation unidirectionnelle d'ondes ultrasonores de forte amplitude*

Il s'agit d'un type d'expérience plus proche de la pratique géophysique puisqu'il consiste à mesurer l'évolution spectrale d'une impulsion ultrasonore se propageant dans une roche. Considérant les difficultés rencontrées pour l'interprétation quantitative des résultats de la barre résonante, on pourrait s'attendre à ce que cette méthode ait la préférence des expérimentateurs. Il n'en est rien. C'est que l'expérience, très

simple dans son principe, est beaucoup plus délicate à mettre en œuvre que la barre résonante (on ne donnera pour seul exemple que la difficulté à s'affranchir de l'effet diffractant des microcapteurs). Nous résumerons une expérience conduite par Meegan *et al.* (1993). Une source piézo-électrique dont l'amplitude est mesurée par une sonde optique de vibration est collée à l'extrémité d'une longue (2 m) barre de grès de Berea dans laquelle sont insérés à intervalles réguliers des microcapteurs ultrasonores (fig. 6a). On peut ainsi enregistrer à la fois le signal source (sonde optique) et le signal propagé dans la roche sur diverses distances (microcapteur).

La manifestation la plus nette de la non-linéarité est la génération d'harmoniques pour les fortes amplitudes de source (fig. 6b). Une récente modélisation de la propagation d'impulsions dans les milieux non linéaires (Van Den Abelee et P.A. Johnson, 1996) permet d'interpréter par ajustement les résultats de cette expérience en termes de coefficient non linéaire  $\beta$  (au 3<sup>e</sup> ordre) et  $\delta$  (au 4<sup>e</sup> ordre). Là encore les valeurs estimées s'écartent très sensiblement de celles calculées à partir des essais d'acousto-élasticité. La rareté de ce type d'expérience ne permet pas actuellement de proposer de conclusions fiables quant à la signification réelle des comparaisons entre mesures acousto-élastiques, mesures en ondes stationnaires et mesures en propagation d'ondes de grande amplitude.

#### *Interaction de deux faisceaux convergents d'ondes ultrasonores*

Cette expérience (Johnson et Shankland, 1989) complète l'illustration expérimentale précédente des effets non linéaires sur les ondes progressives. Elle consiste à faire interagir dans une roche deux faisceaux non colinéaires d'ondes ultrasonores de fréquences centrales différentes,  $f_1$  et  $f_2$  et d'observer dans certaines directions la réponse ultrasonore à des fréquences inexistantes dans les faisceaux sources, plus particulièrement la fréquence différence  $\Delta f = f_1 - f_2$ .

Le dispositif expérimental, présenté sur la figure 7a, comprend pour sa partie acoustique deux transducteurs d'ondes P émetteurs, de fréquence centrale 500 kHz, et un transducteur d'ondes S récepteur de fréquence centrale 250 kHz. Durant toute l'expérience, la fréquence centrale  $f_1$  du premier émetteur est fixe et égale à 500 kHz, alors que la fréquence centrale  $f_2$  du second est variable au-dessous de cette valeur nominale. Les roches étudiées sont du grès de Berea et du granite de Berkeley taillé en prisme droit à 6 côtés. Les axes

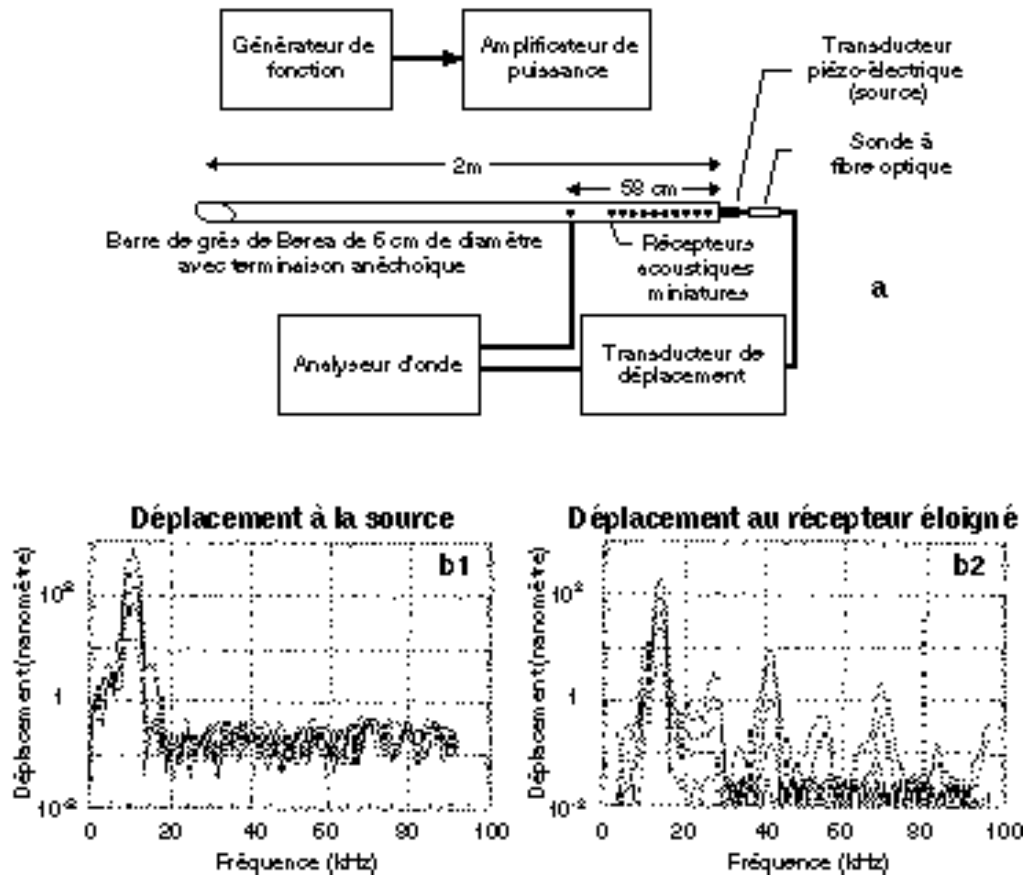


Figure 6

Expérience de propagation d'ondes de fortes amplitudes. D'après Meegan *et al.* (1993) :

- a) Dispositif expérimental.  
 b) Spectre des ondes à la source (b1) et après propagation (b2).

*Propagation experiment of large amplitude wave (after Meegan et al., 1993):*

- a) *Experimental configuration.*  
 b) *Wave spectrum at the source (b1) and after propagating 58 cm (b2).*

d'émission et de réception sont coplanaires et perpendiculaires à l'axe du prisme. Les deux directions d'émission font un angle  $\phi$  et la direction de réception fait un angle  $\gamma$  avec le premier faisceau d'émission. Dans l'expérience précédente, et dans la description physique de l'interaction onde-onde, nous avons vu que deux faisceaux colinéaires de fréquences  $f_1$  et  $f_2$  pouvaient donner naissance à des harmoniques ( $2f_1$ ,  $3f_1$ , etc. et  $2f_2$ ,  $3f_2$ , etc.) des 2 fréquences sources et à des composantes de fréquences somme ( $f_1 + f_2$ ) et différence ( $f_1 - f_2$ ) de ces 2 fréquences. Dans le cas présent, le problème est bidimensionnel, puisque les faisceaux ne sont pas colinéaires, la description des phénomènes est plus compliquée. Sans entrer dans les détails, disons qu'aux règles de sélection en fréquence énoncées précédemment s'ajoutent des règles de sélection

par type d'onde (P ou S) et par directions sélectives de réémission, parfaitement décrites par la théorie (Jones et Kobett, 1963). Plus précisément, deux faisceaux sources de type donné (P ou S) et de fréquences  $f_1$  et  $f_2$  se croisant sous un certain angle  $\phi$ , d'une part ne peuvent interagir efficacement que si leurs fréquences sont dans un rapport  $f_2/f_1$  donné, et d'autre part les types d'ondes (P ou S) engendrées par cette interaction sont fixés, tout comme leurs directions spéculaires d'émission. Il s'agit d'un phénomène un peu analogue à ce qui se passe en optique cristalline pour la diffraction Raman ou encore en physique quantique pour l'effet Compton.

Dans l'expérience présentée, et dans le cas du grès de Berea, pour un angle entre les deux faisceaux source  $\phi = 34^\circ$  et un rapport  $f_2/f_1 = 0,61$ , une onde S de

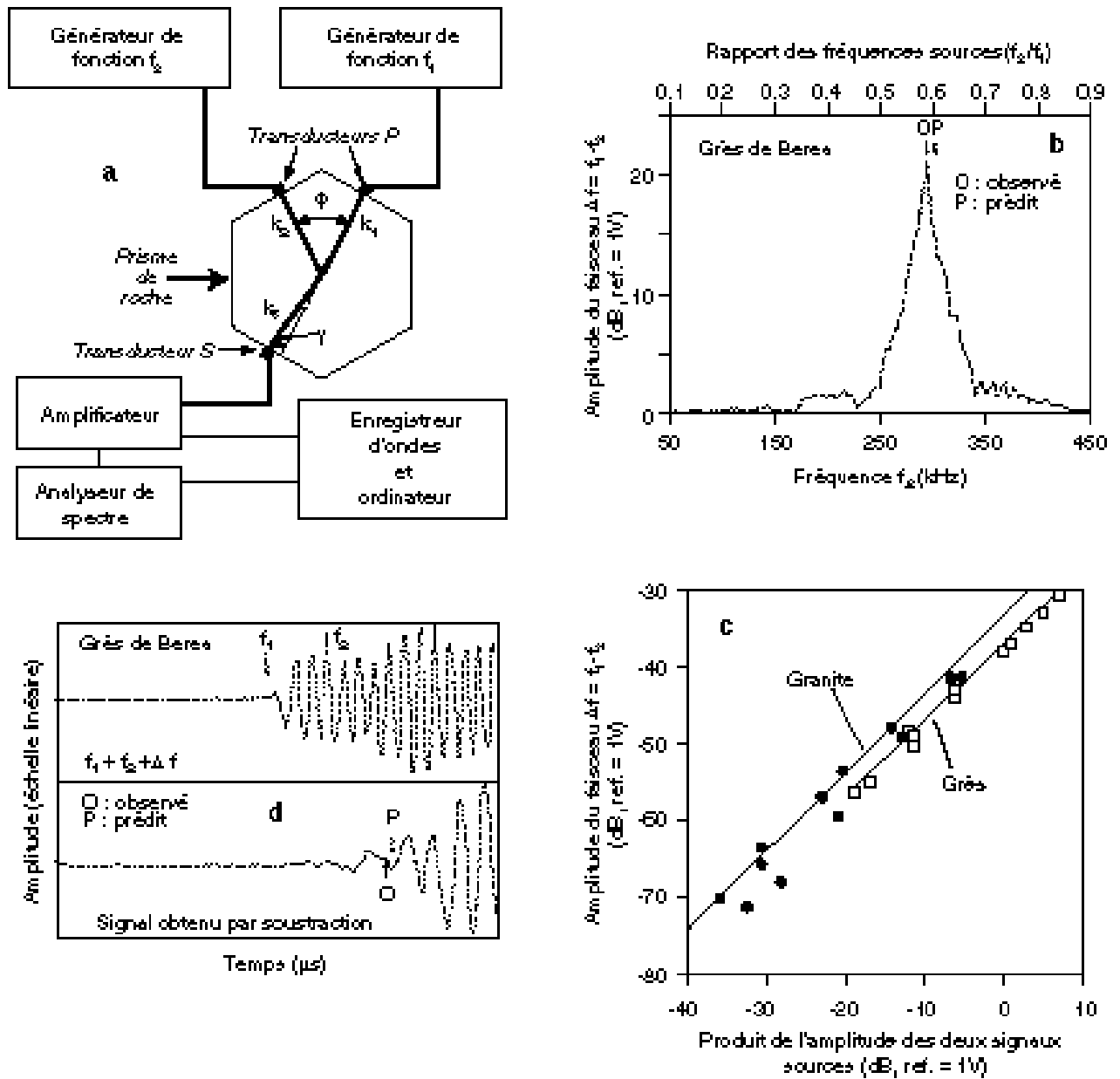


Figure 7

Expérience d'interaction de deux faisceaux convergents d'ultrasons. D'après Johnson et Shankland (1989) :

- a) Dispositif expérimental.
- b) Amplitude du faisceau  $\Delta f = f_1 - f_2$  en fonction de la deuxième fréquence d'émission  $f_2$ .
- c) Amplitude du faisceau  $\Delta f = f_1 - f_2$  en fonction du produit de l'amplitude des deux signaux sources.
- d) Signal enregistré au récepteur d'ondes S (en haut) et signal « non linéaire » obtenu en soustrayant du précédent les réponses de la roche aux sources  $f_1$  et  $f_2$  excitées séparément (en bas).

*Experimental interaction of non linear ultrasonic beams (after Johnson and Shankland, 1989):*

- a) Experimental configuration.
- b)  $\Delta f = f_1 - f_2$  beam amplitude as a function of the frequency  $f_2$  of the second source beam.
- c)  $\Delta f = f_1 - f_2$  beam amplitude as a function of the product of both source beams amplitude.
- d) Signal recorded at the shear wave detector (top) and non linear signal obtained by subtracting, from the former signal, the rock response to the separately excited  $f_1$  and  $f_2$  sources (bottom).

fréquence  $\Delta f$  est émise dans la direction  $\gamma = -34,5^\circ$ . La figure 7b montre l'amplitude de la composante spectrale  $f_1 - f_2$  du signal de réception sur le transducteur S en fonction de la fréquence  $f_2$  (échelle inférieure des abscisses) ou en fonction du rapport  $f_2/f_1$  (échelle supérieure des abscisses). Notons que l'emplacement du pic d'amplitude (maximum d'efficacité de l'interaction) observé (O) est en bon accord avec la prédiction (P) théorique. La figure 7c, relative au grès de Berea et au granite de Berkeley, représente l'amplitude de la composante spectrale en fonction du produit des amplitudes des deux ondes sources (les amplitudes sont exprimées en dBV ce qui correspond à des décibels pour une référence de 1 volt). On voit que la relation de proportionnalité prédite par la théorie, et rappelée juste avant la description des résultats expérimentaux, est bien vérifiée par l'expérience.

Enfin la figure 7d présente un type de traitement des signaux, transposable dans son principe sur le terrain, mettant clairement en évidence l'effet non linéaire. Le schéma supérieur montre le signal brut enregistré par le récepteur S ; il s'agit du signal contenant entre autres les composantes fréquentielles  $f_1, f_2$  (ondes S de conversion près des sources) et  $\Delta f = f_1 - f_2$ . De ce signal ont été soustraits les signaux correspondant aux réponses de la roche, d'une part à la seule source de fréquence  $f_1$  et d'autre part à la seule source de fréquence  $f_2$ . Le résultat du traitement est présenté sur la partie inférieure de la figure 7d. Si la roche avait un comportement parfaitement linéaire le résultat du traitement devrait être un signal nul en vertu du principe de superposition. Tel n'est pas le cas puisque l'on voit clairement apparaître, au temps d'arrivée (o) très proche du temps calculé (p), une composante basse fréquence à  $\Delta f = f_1 - f_2$  résultat de l'interaction non linéaire. Il faut toutefois signaler que l'écart d'amplitude entre le signal brut et le signal résultant du traitement est de l'ordre de 60 dB (soit un facteur 1000 !) ceci pour insister sur la rigueur des conditions expérimentales, en particulier en matière de dynamique, de sensibilité et de distorsion du système de réception.

### 3.2.2 Expériences de terrain

#### *Expériences par méthodes sismiques*

Les manifestations de non-linéarité élastique au voisinage des vibreurs utilisés comme sources sismiques est un fait bien connu des géophysiciens, mais n'a fait l'objet, semble-t-il, que de peu de publications (surtout en langue russe). Dans la littérature de langue anglaise, on peut citer les travaux de White et Mannering (1975),

ainsi que ceux de Dimitriu (1988). Ce dernier observe à l'échelle décimétrique, et dans des terrains très particuliers (limons secs), de spectaculaires phénomènes de génération d'harmoniques et de modulation. Plus récemment, Jardin *et al.* (1996) mettent à profit les harmoniques engendrés par les phénomènes non linéaires dans les terrains superficiels pour améliorer la résolution de la sismique-réflexion.

Dans le cadre de la sismique pétrolière, quelques expériences ont été conduites en vue de mettre en évidence des effets non linéaires à l'aide de dispositifs conventionnels de sismique de surface, l'idée de base étant d'utiliser deux vibreurs marchant à des fréquences différentes, pour mettre en évidence des phénomènes d'interaction onde-onde. Nous avons connaissance d'au moins deux tentatives (France, États-Unis) dont les résultats négatifs n'ont pas été publiés. Ces résultats négatifs, aux dires des expérimentateurs, n'étant pas vraiment concluants puisque les contraintes matérielles (temps, matériel disponible), liées à un travail de terrain dans le cadre d'une mission sismique normale, n'ont pas permis d'optimiser l'expérience, d'autant que celle-ci n'avait pu être précédée d'une réflexion théorique suffisante. Des expériences beaucoup plus importantes ont, semble-t-il, eu lieu dans l'ex-Union soviétique, mais l'on connaît les difficultés que posent les études bibliographiques dans ce contexte.

#### *Observations sismologiques*

Dans une publication récente, Beresnev et Wen (1996), montrent des effets non linéaires liés à la propagation d'un train d'onde engendré par un tremblement de terre. Mettant à profit un réseau très dense de surveillance sismologique à Taiwan, ils observent un enrichissement du spectre en hautes fréquences au fur et à mesure de la propagation de l'ébranlement. Ce résultat, en totale contradiction avec la description classique linéaire où les mécanismes d'atténuation conduisent à la disparition progressive des hautes fréquences, peut s'expliquer par la génération d'harmoniques au cours de la propagation.

### 3.3 Applications possibles en géophysique

Si l'acoustique non linéaire suscite un intérêt certain chez les chercheurs du domaine géophysique malgré des résultats d'essais de terrain assez peu encourageants à ce jour, c'est que des phénomènes aussi originaux que la génération d'harmoniques ou l'interaction onde-onde

ouvrent d'intéressantes perspectives parmi lesquelles il n'est pas facile de faire la part du rêve et de la réalité.

Nous avons constaté, en conclusion de la présentation des expériences de laboratoire, que l'on ne disposait pas encore, pour les roches, de valeurs fiables des coefficients d'acoustique non linéaire. Les seules données semi-quantitatives dont nous disposons concernent les valeurs de déformation au-delà desquelles on peut observer des effets non linéaires dans les roches sédimentaires (seuil de non-linéarité, voir paragraphe 3.2). Les ordres de grandeur de ces seuils, déterminés à partir de nos expériences de laboratoire dans la bande de fréquence kilohertzienne, sont présentés sur le tableau 2.

TABLEAU 2

« Seuil de non-linéarité élastique » : valeur de déformation au-delà de laquelle des effets non linéaires deviennent observables (grès à l'état sec, carbonates à l'état sec ou saturé d'eau)

*"Non linear elasticity threshold": value of strain above which non linear effects become observable with our experimental configuration*

Types de roches	Sous confinement	
	faible ( $P > 1$ MPa)	fort (quelq. 10 MPa)
Grès normaux (cf. Grès des Vosges)	$\pm 10^{-7}$	$\gg 10^{-6}$
Grès à joints de grain (cf. Grès de Fontainebleau)	$\ll 10^{-7}$	$\gg 10^{-6}$
Argiles	Aucune donnée	
Carbonates normaux (cf. Calcite de Lavoux)	$> 10^{-6}$	$> 10^{-6}$
Carbonates endommagés mécaniques, Craie	$10^{-8} ?$	$10^{-7} ?$

La contrainte effective (le plus souvent de valeur élevée dans les séries géologiques) augmente drastiquement les seuils de non-linéarité. Il est donc prudent de limiter l'examen des applications possibles aux cas particuliers où cette contrainte effective est faible, soit naturellement (formations superficielles, WZ, surpressions fluides liées à des accidents tectoniques ou à la sous-compaction), soit à la suite d'une intervention humaine (injection dans les réservoirs).

Deux grands types d'applications s'offrent à l'esprit.

### 3.3.1 La réalisation d'émetteurs très particuliers : les antennes paramétriques

C'est dans ce domaine que l'acoustique non linéaire (acoustique étant pris au sens strict, c'est-à-dire

propagation dans les fluides) a donné lieu aux développements industriels les plus intéressants. Une antenne paramétrique est un dispositif qui met directement en pratique les phénomènes d'interaction onde-onde décrits plus haut. Nous avons vu plus haut que si deux sources de pulsation  $\omega_1$  et  $\omega_2$  émettent dans un fluide deux faisceaux d'ondes colinéaires, l'interaction non linéaire de ces faisceaux engendrera deux autres faisceaux de pulsations égales à la somme ( $\omega_h = \omega_1 + \omega_2$ ) et à la différence ( $\omega_b = \omega_1 - \omega_2$ ) des pulsations initiales. Le faisceau basse fréquence  $\omega_b$  présente l'intérêt d'avoir un diagramme de directivité aussi étroit que celui des faisceaux haute fréquence lui ayant donné naissance. Comme l'amortissement qu'il subit est moindre que celui des faisceaux haute fréquence,  $\omega_b$  présente après une certaine distance de propagation, une amplitude comparable à celle des faisceaux de pulsation  $\omega_1$  et  $\omega_2$  qui se sont propagés jusque-là. Par ailleurs, si l'on fait varier de façon relativement faible la fréquence de  $\omega_1$  ou  $\omega_2$ , le résultat sera une variation proportionnellement beaucoup plus grande sur  $\omega_b$ ; à partir de ce phénomène, on peut donc espérer construire des dispositifs à fréquence fortement variable ( $\omega_b$ ), qui pourraient être très utiles dans certaines applications.

Depuis l'initiation des antennes paramétriques par Westervelt au début des années 1960, de très nombreux travaux théoriques et expérimentaux ont été réalisés par les acousticiens et l'on a les solutions aux équations permettant de calculer ces antennes dans les fluides. Pourrait-on essayer d'appliquer ce concept à la prospection géophysique ? Cette idée, parfois suggérée, ne résiste guère à l'analyse en ce qui concerne la sismique de surface dans les conditions techniques actuelles. En effet, l'intérêt principal des antennes paramétriques est d'émettre un faisceau basse fréquence fortement directif. Mais la directivité d'une antenne paramétrique n'est jamais nettement meilleure que celle des sources hautes fréquences « mères », or les sources utilisées en géophysique de surface sont faiblement directives... D'ailleurs si l'on souhaitait émettre en basse fréquence, il serait plus simple de construire les appareils classiques adaptés, aucune contrainte « géométrique » n'existant pour la sismique de surface.

La situation est tout autre en diagraphie où les contraintes techniques (diamètre des puits) limitent considérablement les dimensions des sources. S'il semble très difficile de créer des conditions de non-linéarité sur l'onde P réfractée (on sait combien l'amplitude de l'onde réfractée P est faible), les modes guidés

(ondes de pseudo-Rayleigh) et surtout le mode 0, c'est-à-dire l'onde de tube (ou de Stoneley) peuvent avoir des amplitudes suffisantes pour atteindre le seuil de non-linéarité des formations.

Les brevets déposés récemment par la société Schlumberger (voir par exemple D'Angelo *et al.* (1996) ou Sinha et Kostek (1995), cette dernière référence concernant plutôt l'acousto-élasticité) témoignent de l'activité de recherche dans ce domaine. L'idée des diagraphistes étant de mettre au point soit des sources particulières, soit des méthodes nouvelles de caractérisation des formations géologiques, point que nous allons aborder maintenant.

### 3.3.2 Caractérisation à distance des roches et de leurs variations d'état physique

Les paramètres physiques caractéristiques des roches, actuellement mesurables à distance par propagation d'ondes élastiques, se réduisent à peu : les vitesses P et S et éventuellement l'atténuation. On connaît les limites de la mesure par la sismique de surface des vitesses d'une couche donnée ; quant à l'atténuation, les espoirs mis dans les années 1970-1980 sur la mesure de ce paramètre se sont révélés vains, l'atténuation intrinsèque, la seule intéressante dans cette optique, étant très largement masquée par les autres causes d'atténuation des ondes (effet de filtre stratigraphique par exemple). On comprend donc l'attrait que présentent les paramètres de non-linéarité élastique. Pour essayer d'estimer leur intérêt en géophysique appliquée, nous poserons deux questions :

*Quelle sorte d'information sur les roches ces coefficients peuvent-ils fournir ?*

En ce qui concerne la caractérisation directe (en termes de porosité, pétrographie, etc.), il est impossible, dans l'état actuel des connaissances, d'apporter une réponse sérieuse puisque nous avons expliqué au chapitre sur les mesures de laboratoire que ces coefficients étaient encore très mal connus pour les matériaux géologiques. Il n'est pas sûr que les paramètres de non-linéarité élastique soient plus sensibles ou plus discriminants que les paramètres linéaires classiques. Mais nous avons aussi insisté sur le fait qu'ils étaient très sensibles à la pression effective exercée sur les roches (et donc qu'il fallait s'attendre à de très faibles non-linéarités en profondeur). C'est probablement dans cette sensibilité aux conditions physiques que réside leur intérêt éventuel. Peut-être se révéleront-ils de précieux indicateurs de variation « d'état » (pression, saturation) à

prendre en compte dans le futur pour le développement des opérations de monitoring des gisements ou de détection des zones sous compactées.

De façon plus immédiate, la mesure diagraphique des coefficients de non-linéarité élastique autour d'un puits pourrait être intéressante pour l'étude de l'évolution des propriétés mécaniques de la roche traversée (endommagement mécanique, venues de sables, etc.).

*Ces paramètres sont-ils mesurables par méthodes géophysiques ?*

La question est double puisque, pour mesurer des coefficients de non-linéarité élastique encore faut-il exciter les terrains étudiés avec des taux de déformation supérieurs au seuil de non-linéarité.

– Concernant les seuils de non-linéarité : les déformations mises en jeu par les ondes de la sismique de surface, que l'on peut facilement approcher par la formule du nombre de Mach acoustique citée plus haut,  $\epsilon = v/V$  ( $v$  étant la vitesse de déplacement des particules, mesurée directement par le géophone et  $V$  la vitesse de propagation des ondes) sont le plus souvent très inférieures à  $10^{-6}$ . En effet, par exemple en sismique terrestre, les niveaux les plus faibles acceptés par les amplificateurs sont de l'ordre de 0,1 microvolt pour une sensibilité de la trace de l'ordre de 10 volts par mètre par seconde, la vitesse minimale de déplacement des particules ( $v_{\min}$ ) au seuil de détection est donc de l'ordre de  $10^{-8}$  mètre par seconde. Pour des vitesses sismiques de quelques kilomètres par seconde, cela correspond à des déformations (ou nombre de Mach acoustique) minimales de l'ordre de  $10^{-12}$ . Les ondes les plus fortes, qui dépassent ce seuil d'une centaine de décibels dans les cas les plus favorables, produisent donc des déformations supérieures de 5 ordres de grandeur (c'est-à-dire de l'ordre de  $10^{-7}$ ). Comparant cette donnée à celle du tableau 2, on comprend que, *dans la plupart des cas, il est illusoire d'espérer atteindre des seuils de non-linéarité avec les méthodes conventionnelles.*

– Concernant une mesure éventuelle : la conclusion très pessimiste sur les seuils de non-linéarité doit être tempérée par une observation qui sert de fil directeur à tous les espoirs mis sur les méthodes dérivées de l'acoustique non linéaire : le signal résultant de « l'interaction onde-onde » dans une couche risque fort d'être dans tous les cas très faible, infiniment plus faible que les signaux « linéaires » l'accompagnant, mais sa bande de fréquence sera différente de celle de ces derniers, constatation qui laisse

tout espoir de détecter le signal « non linéaire » par filtrage si le rapport signal sur bruit le permet.

## CONCLUSION

Des observations précédentes, on peut dégager quelques remarques simples sur d'éventuelles applications de l'acoustique non linéaire à la géophysique.

- **Dans le domaine pétrolier :**

- Avec les méthodes conventionnelles actuelles de sismique de surface ou de puits, il y a peu d'espoir de parvenir à faire propager jusqu'aux couches profondes des ondes d'amplitude telles qu'elles dépassent le seuil de non-linéarité et puissent mettre en jeu des phénomènes non linéaires de type « interaction onde-onde ». Toute tentative de remédier à cet état de choses paraît si coûteuse que l'on voit mal dans quel contexte économique cette tentative pourrait actuellement être entreprise. Un cas particulier favorable peut se présenter si des résultats de laboratoire assez sommaires montrant une particulière sensibilité de certaines roches carbonatées aux variations de la pression de pore étaient confirmés. Dans cette hypothèse, considérant les très grands projets de monitoring sismique conventionnel qui peuvent être envisagés sur certains champs, peut-être y aurait-il quelques possibilités de développement.

- En revanche, des applications plus limitées semblent tout à fait possibles à moyen terme dans le domaine diagrapique qui met en jeu des distances de propagation infiniment plus courtes et permet une instrumentation beaucoup plus fine. Un outil sonique permettant d'estimer les modules non linéaires aux parois du puits pourrait être une importante contribution à la résolution du problème général de l'état mécanique des formations au voisinage immédiat du puits. Quelques travaux théoriques récents vont dans ce sens (Johnson *et al.*, 1994).

- **Dans le domaine du génie civil ou minier** (sismique à faible ou moyenne profondeur) :

- Les perspectives concernant la sismique y paraissent plus encourageantes. La facilité de travailler en transmission directe dans un contexte de puits multiples et les distances de propagation beaucoup plus courtes laissent infiniment plus de liberté. La conception de dispositifs permettant la

génération et la mesure de réponses non linéaires est alors possible, et cela, dans des conditions économiques compatibles avec des chantiers de grands ouvrages d'art ou de stockages souterrains de déchets nucléaires. Nous avons recherché, sans succès, des articles traitant directement de ce problème, mais ce résultat négatif n'est peut-être pas très significatif puisque cette recherche bibliographique dans un domaine technique qui nous est peu familier, n'avait aucun caractère exhaustif.

Les remarques ci-dessus, quant à l'acoustique non linéaire, peuvent être reprises pour l'acousto-élasticité. Le problème technique n'est plus d'engendrer des ondes d'amplitude suffisamment forte, mais de disposer de méthodes très précises de mesure des vitesses sismiques. Dans les deux cas, les difficultés techniques paraissent considérables en regard des incertitudes sur les résultats à espérer.

Il est probable que ce constat restera longtemps vrai. Cette situation pourrait changer si des travaux de petite sismique, beaucoup moins coûteux à mettre en œuvre, donnaient des résultats intéressants et prouvaient ainsi, sur « modèle réduit » de terrain, l'intérêt d'une méthode.

## REMERCIEMENTS

L'aide de Michel Masson nous a été précieuse dans de nombreuses expériences de laboratoire. Nous tenons à remercier tout particulièrement Laurence Nicoletis, Gérard Grau et Vincent Richard qui ont bien voulu relire ce travail et nous suggérer de nombreuses améliorations.

## RÉFÉRENCES

Nous présentons les références bibliographiques en deux listes : dans la première, nous donnons trois références de base. Il s'agit d'articles d'intérêt général sur la non-linéarité élastique. Ils peuvent être utiles au lecteur désireux d'approfondir ce sujet. La seconde liste correspond aux références citées dans le texte.

### Références de base :

Hamilton M.F. (1986), Fundamentals and applications of nonlinear acoustics. In *Nonlinear wave propagation in Mechanics, AMD-77*, p. 1-28 (The American Society of Mechanical Engineers, New York).

Muir T.G. (1976), Nonlinear acoustics: A new dimension in underwater sound. In *Science, Technology and the Modern Navy, 30th Anniversary 1946-1976*, E.I. Salkovitz ed. (Department of the Navy, Office of Naval Research, Arlington, VA), p. 548-569.

Zarembko L.K. et V.A. Krasil'nikov (1971), Nonlinear phenomena in the propagation of elastic waves in solids. *Sov. Phys. Uspekhi*, **13**, p. 778-797.

#### Références citées dans le texte :

Beresnev I.A. et Kuo-Liang Wen (1996), The possibility of observing nonlinear path effect in earthquake-induced seismic wave propagation. *Bull. Seis. Soc. Am.*, **86**, 4, p. 1028-1041.

Beyer R.T. (1972), Nonlinear acoustics (Experimental). In *American Institute of Physics Handbook*, éd. D.E. Gray, McGraw-Hill, New York, p. 3-206 ; 3-210.

Birch F. (1960), The velocity of compressional waves in rocks to 10 kilobars. Part I: *J. Geophys. Res.*, **65**, p. 1083-1102 ; Part II: *J. Geophys. Res.*, **66**, p. 2199-2224.

Blackstock D.T. (1964), Thermoviscous attenuation of plane, periodic, finite amplitude sound waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, **36**, p. 534-542.

Bourbié T., O. Coussy et B. Zinszner (1986), *Acoustique des milieux poreux*, Éditions Technip, Paris.

Bulau J.R., B.R. Tittmann et M. Abdel-Gawad (1984), Non linear wave propagation in rock. *Proc. IEEE Ultrasonic Symposium*, p. 775-780.

Coyner K.B. (1977), Effects of stress, pore pressure and pore fluids on bulk strain, velocity and permeability in rocks. *Ph.D.*, Massachusetts Institute of Technology.

D'Angelo R., C. Kimball, S. Kostek, T. Plona et K. Winkler (1996), Measurement of formation characteristics using acoustic borehole tool having sources of different frequencies. *US Patent* 5521882.

Dimitriu P.P. (1988), Self-modulation and recurrence phenomena in vibrator-induced, steady state sinusoidal ground vibration. *Phys. of the Earth and Planet. Int.*, p. 74-82.

Guyet R.A., K.R. McCall., P.A. Johnson, P.N.J. Rasolofosaon et B. Zinszner (1995), Equation of state hysteresis and resonant bar measurements on rock. *35th US Rock Mechanics Symposium*, p. 177-181, edit. Daemen J.J.K. et R. Shultz, Balkema, Rotterdam.

Jardin A., J.C. Dubois et M. Papouin (1996), High resolution by harmonic sweep correlation. Poster P107, *58th EAGE Conference*, Amsterdam.

Johnson D.L., S. Kostek et A.N. Norri, (1994), Nonlinear tube waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, **96**, p. 1829-1843.

Johnson P.A. et T.J. Shankland (1989), Nonlinear generation of elastic waves in granite and sandstone: Continuous wave and travel time observations. *J. Geophys. Res.* **94**, p. 17729-17733.

Johnson P.A. et P.N.J. Rasolofosaon (1996a), Nonlinear elasticity and stress-induced anisotropy in rocks. *J. Geophys. Res.*, **101**, B2, p. 3113-3124.

Johnson P.A. et P.N.J. Rasolofosaon (1996b), Manifestation of nonlinear elasticity in rocks: convincing evidence over large frequency and strain intervals from laboratory studies. *Nonlinear Processes in Geophysics*, **3**, p. 77-88.

Johnson P.A., B. Zinszner et P.N.J. Rasolofosaon (1996), Resonance and elastic nonlinear phenomena in rock. *J. Geophys. Res.*, **101**, B5, p. 11553-11564.

Jones G.L. et D. Kobett (1963), Interaction of elastic waves in an isotropic solid. *J. Acoust. Soc. Am.*, **35**, p. 5-10.

Lucet N., P. Rasolofosaon et B. Zinszner (1991), Sonic properties of rocks under confining pressure using the resonant bar technique. *J. Acoust. Soc. Am.*, **89**, 3, p. 980-990.

McCall K.R. et R.A. Guyer (1994), Equation of state and wave propagation in hysteretic non linear elastic materials. *J. Geophys. Res.*, **99**, B12, p. 23887-23897.

Meegan G.D., P.A. Johnson, R.A. Guyer et K.R. McCall (1993), Observations of nonlinear elastic wave behavior in sandstone. *J. Acoust. Soc. Am.*, **94**, 6, p. 3387-3391.

Nur A. et G. Simmons (1969), Stress-induced velocity anisotropy in rocks. *J. Geophys. Res.*, **74**, p. 6667-6674.

Rasolofosaon P.N.J. et H. Yin (1997), Simultaneous characterization of anisotropy and nonlinearity in arbitrary elastic media. Reflections on experimental data. In *Transactions of the 6th International Workshop on Seismic Anisotropy*. Fjaer E., R. Holt, J. Rathore éd. SEG, Tulsa, OK.

Sinha B. et S. Kostek (1995), Measurement of nonlinear properties of the formation using sonic borehole tool while changing pressure in borehole. *US Patent* 5475650.

Sirovine Y.I. et M.P. Chaskolskaya (1975) (en russe), *Fondements de la physique des cristaux*. Nauka, Moscou.

TenCate J.A. et T.J. Shankland (1996), Slowdynamics in the nonlinear response of Berea sandstone. *Geophys. Res. Letters*, **23**, p. 3 019-3 022.

Van Den Abeele K.E. et P.A. Johnson (1996), Elastic pulsed wave propagation in media with second- or higher- order nonlinearity. Part II: Simulation of experimental measurements on Berea sandstone. *J. Acoust. Soc. Am.*, **99**, 6, p. 3346-3352.

Walsh J.B. et W.F. Brace (1966), Cracks and pores in rocks. *Proc. 1st Congress Int. Soc. of Rock Mechanics*, Lisbonne, **1**, p. 643-646.

White R.G. et M.E.J. Mannering (1975), Techniques for measuring the vibration transmission characteristics of the ground. *J. Soc. Envir. Eng.*, **14**, p. 3-9.

Winkler K., A. Nur et M. Gladwin (1979), Friction and seismic attenuation in rocks. *Nature*, **277**, p. 528-531.

Zamora M. (1990), Étude expérimentale de l'effet de la géométrie de la porosité des roches sur la vitesse des ondes élastiques. *Thèse*, université Paris VII.

Zinszner B., P.A. Johnson et P. Rasolofosaon (1997), Influence of change in physical state on elastic nonlinear response in rock: Significance of effective pressure and water saturation. *J. Geophys. Res.*, **102**, B4, p. 8105-8120.

Manuscrit définitif reçu en septembre 1997