

# Comparaison entre le cycle simple de Brayton avec apport thermique imposé et avec contrainte de température maximale

M. Feidt<sup>1</sup>, M. Costea<sup>2</sup> and V. Postelnicu<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université Henri Poincaré Nancy 1, Lemta, Ura CNRS 7563, 2, avenue de la Forêt de Haye, 54516 Vandœuvre-les-Nancy - France

<sup>2</sup> Université Politehnica de Bucarest, Chaire de Thermotechnique, Splaiul Independentei 313 060042 Bucarest - Roumanie

e-mail : michel.feidt@ensem.inpl-nancy.fr - liana5802@yahoo.fr - vali\_postelnicu2000@yahoo.com

**Résumé** — Cet article présente une comparaison des résultats de deux modèles d'optimisation d'une installation thermique basée sur le cycle de Brayton ouvert. Les deux cas examinés trouvent leur origine dans les limitations spécifiques des machines à cycle ouvert, notamment la puissance thermique imposée et la contrainte de température maximale de cycle. Les concepts de la Thermodynamique en Dimensions Finies sont utilisés. L'analyse est basée sur l'équation du Premier et Second Principe de la Thermodynamique, ainsi que sur les équations de transfert de chaleur à la source et au puits. La non adiabaticité de la machine est aussi prise en compte. Une étude de sensibilité par rapport à la variation des paramètres des modèles est effectuée.

Les résultats mettent en évidence des régimes de maximum de puissance délivrée par l'installation (et du rendement au maximum de puissance), puis de maximum du rendement.

**Abstract** — *Comparison between the Brayton Cycle With Imposed Thermal Input and with Maximum Temperature Constraint* — A comparison of two optimization models of a gas turbine engine operating upon an open Brayton cycle is presented. The cases considered here have their origin in the specific limits of open cycle machines, namely the imposed heat transfer rate input and the constraint regarding the maximum cycle temperature. The concepts of Finite Dimensions Thermodynamics are used. The analysis is based on First and Second Law of Thermodynamics, and heat transfer equations at the source and sink heat reservoirs. Also, heat losses of the machine are considered. A sensitivity study with respect to model parameters variation is performed.

The results of this analysis emphasize operational regimes of maximum power output of the engine (and of the efficiency corresponding to maximum power output), and then of maximum efficiency of the engine.

## NOMENCLATURE

$\dot{C}$	débit calorifique, (W K <sup>-1</sup> )
$K$	conductance thermique, (W·K <sup>-1</sup> )
$\dot{Q}$	flux de chaleur, (W)
$\dot{S}$	flux de création d'entropie, (W·K <sup>-1</sup> )
$T$	température, (K)
$\dot{W}$	puissance mécanique, (W)

## Indices inférieurs

<i>amb</i>	ambiante
<i>C</i>	relatif au puits
<i>H</i>	relatif à la source
<i>i</i>	relatif aux irréversibilités internes
<i>L</i>	relatif aux pertes thermiques
<i>M</i>	relatif au comburant
<i>m</i>	minimum
<i>max</i>	maximum
<i>r</i>	relatif aux grandeurs adimensionnées
<i>S</i>	relatif à la température extrême de la source
<i>0</i>	relatif au combustible
1, 2, 3, 4	relatif aux états correspondants du cycle

## INTRODUCTION

Le cycle de Brayton est un cycle important, vu son usage en tant que modèle thermodynamique dans les applications mettant en œuvre des Turbines à Combustion (TAC), communément appelées Turbines à Gaz (TAG).

A. Bejan (1988) a étudié pour un cycle de Brayton endoréversible fermé, la répartition des conductances de transfert de chaleur ; il a montré que le maximum de puissance se produit à l'équipartition des conductances chaude et froide.

M. Feidt (1996) a rapporté des résultats pour un cycle de Brayton fermé, lorsque source et puits sont des capacités thermiques finies et non des thermostats.

Plus récemment ces mêmes études ont été complétées pour d'autres critères ; Chen *et al.* (2001) fournissent la distribution optimale des conductances de transfert aux échangeurs de chaleur, pour obtenir un maximum de puissance volumique d'un cycle de Brayton fermé endoréversible.

Wu et Kiang (1991) ont développé un modèle de cycle de Brayton non isentropique, de même que Sahin *et al.* (1996, 1998), prenant en compte des irréversibilités internes au cycle ; généralement, les irréversibilités sont incluses dans le modèle sous forme d'un ratio entropique, ou idéalement sous forme de rendements isentropiques de compresseur et de turbine.

Enfin quelques travaux font aussi apparaître l'influence du processus de régénération de chaleur (Ust, 2004).

Le présent article prolonge une étude réalisée dans le cadre de l'AC Énergie du CNRS, qui confirme l'intérêt des TAC pour des applications en cogénération (Descieux et Feidt, 2005). Mais il s'avère dans ce cas que la machine fonctionne avec un cycle ouvert comme dans les applications aéronautiques, et non selon un cycle fermé, comme dans la totalité des récents modèles proposés dans la littérature.

Nous proposons donc de considérer plus particulièrement le cycle de Brayton ouvert, comme il est utilisé dans les Turbines à Combustion (Feidt et Jacquot, 2003; Postelnicu *et al.*, 2004), par exemple pour les turbines d'avion, mais aussi dans les turbines de cogénération.

Les modèles proposés sont des modèles basés sur la Thermodynamique en Dimensions Finies (TDF), mais avec une puissance thermique limitée à la source, ce qui paraît la limitation première des machines à cycle ouvert. Toutefois, il s'y ajoute une limitation en température maximale de cycle, imposée par les matériaux utilisés en chambre de combustion et en turbine.

Les deux cas sont examinés pour le cycle de Brayton. Des comparaisons des résultats des modèles induisent des conclusions et des prolongements proposés.

## 1 APPORT THERMIQUE IMPOSÉ

Le cycle théorique de Brayton, encore appelé cycle de Joule, est le cycle de base des installations comportant des turbines à gaz. Celles-ci sont des composants de centrales chaleur-force. L'usage des turbines à gaz est par ailleurs important en aviation.

Le cycle théorique de Joule étudié comprend deux processus adiabatiques et deux processus isobares, selon la suite des transformations :

- compression adiabatique dans le turbocompresseur, de l'état 4 à l'état 1 ;
- réchauffement isobare dans la chambre de combustion, de l'état 1 à l'état 2 ;
- détente adiabatique dans la turbine, de l'état 2 à l'état 3 ;
- refroidissement isobare dans l'atmosphère de l'état 3 à l'état 4.

La modélisation sera faite sur le cycle fermé équivalent à la machine, avec quelques aménagements et hypothèses examinés ci-après ; en particulier le cycle est envisagé sans récupération de la chaleur (ce cas est courant pour les turbines des moteurs d'avion). Par contre le cycle va intégrer les irréversibilités de compression et de détente (différence entre les points 1<sub>S</sub> réversible et 1 réel en sortie de compresseur ; différence entre les points 3<sub>S</sub> et 3 en sortie de la turbine – à voir *fig. 1*). Aussi la non adiabaticité de la machine est prise en compte par une conductance de pertes entre les températures extrêmes du cycle.

Le premier principe de la thermodynamique appliqué à la source est composé par deux termes correspondants au

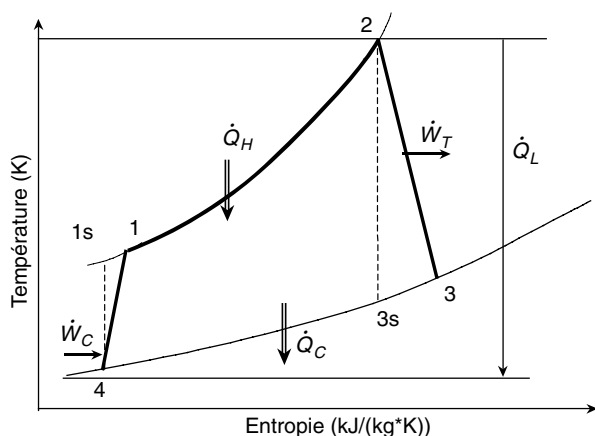


Figure 1

La représentation du cycle de Joule-Brayton avec des irréversibilités dans le diagramme T-S.

Illustration of the Joule-Brayton engine cycle with irreversibilities in T-S diagram.

réchauffement du fluide cyclé dans la chambre de combustion ou, aussi bien, à la différence entre le flux chaleur cédée par le combustible suite à la combustion et les pertes thermiques de l'installation :

$$\dot{Q}_H = \dot{C}_M (T_2 - T_1) + \dot{C}_0 (T_2 - T_4) = \dot{m} \cdot q_0 - \dot{Q}_L \quad (1)$$

avec :

$\dot{C}_M = \dot{M} c_M$ , le débit calorifique de comburant ;

$\dot{C}_0 = \dot{m} c_0$ , le débit calorifique de combustible ;

$q_0$  pouvoir calorifique inférieur du combustible.

et :

$$\dot{Q}_L = K_L (T_2 - T_4) \quad (2)$$

où :  $K_L$  est la conductance thermique des pertes, qui a une valeur finie ;  $T_4 = T_{amb} = T_m$ .

Le flux de chaleur transféré au puits est écrit :

$$\dot{Q}_C = (\dot{C}_M + \dot{C}_0)(T_4 - T_3) < 0 \quad (3)$$

Le premier principe de la thermodynamique appliqué au cycle s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \dot{Q}_H + \dot{Q}_C \\ &= \dot{m} q_0 - K_L (T_2 - T_4) + (\dot{C}_M + \dot{C}_0)(T_4 - T_3) > 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Le second principe de la Thermodynamique appliqué au cycle conduit dans le cadre des mêmes hypothèses que ci-dessus à l'expression suivante :

$$\dot{S}_i + (\dot{C}_M + \dot{C}_0) \cdot \ln \frac{T_2 T_4}{T_1 T_3} = 0 \quad (5)$$

avec :

$$\dot{S}_i = \dot{S}_{1s-1} + \dot{S}_{3s-3} \quad (5)$$

Remarque : on considère le cas le plus favorable quand le combustible est porté à la même température que le comburant après la compression.

Après transformation il en résulte :

$$\frac{T_2 T_4}{T_1 T_3} = e^{-\frac{\dot{S}_i}{\dot{C}_M + \dot{C}_0}} = K \quad (6)$$

Les équations (1), (2) et (6) permettent d'exprimer les températures  $T_2$  et  $T_3$  comme suit :

$$T_2 = \frac{\dot{m} q_0 + K_L T_4 + (\dot{C}_M + \dot{C}_0) T_1}{(\dot{C}_M + \dot{C}_0 + K_L)} = a T_1 + b \quad (7)$$

$$T_3 = \frac{T_2 T_4}{T_1 K} = \left( a + \frac{b}{T_1} \right) \frac{T_4}{K} \quad (8)$$

La fonction objective (la puissance fournie) de l'optimisation, éq. (4), résulte alors sous la forme d'une relation dépendante de la température  $T_1$ .

L'étude précédente est adimensionnée pour plus de généralité. Pour cela la référence de température choisie est  $T_4 = T_m$ , la plus petite température du cycle, supposée très voisine de la température ambiante. La référence de puissance ou flux d'énergie en résulte par le produit  $\dot{C}_0 T_m$  ; de ce fait  $\dot{C}_0$  devient la référence pour les conductances de transfert thermique. Toutes les grandeurs adimensionnées ont un indice  $r$ .

L'expression adimensionnée de la puissance fournie par l'installation devient :

$$\dot{W}_r = \dot{Q}_{0r} - K_l (T_{2r} - 1) - (C_{Mr} + 1)(T_{3r} - 1) \quad (9)$$

avec :

$$T_{2r} = \frac{\dot{Q}_{0r} + K_l + (C_{Mr} + 1) T_{1r}}{(C_{Mr} + 1 + K_l)} = a_r T_{1r} + b_r \quad (10)$$

$$T_{3r} = \frac{T_{2r}}{K T_{1r}} \quad (11)$$

où :

$$T_{1r} = \frac{T_1}{T_m} ; \quad a_r = \frac{C_{Mr} + 1}{C_{Mr} + 1 + K_l} ; \quad b_r = \frac{\dot{Q}_{0r} + K_l}{C_{Mr} + 1 + K_l} \quad (12-14)$$

$$C_{Mr} = \frac{\dot{C}_M}{\dot{C}_0} ; \quad K_l = \frac{K_L}{\dot{C}_0} ; \quad \dot{Q}_{0r} = \frac{\dot{m} q_0}{\dot{C}_m T_m} \quad (15-17)$$

Le système d'équations adimensionné modélisant le cas étudié consiste dans la fonction objective ( $\dot{W}_r$ ) et les deux contraintes ( $C_1$  et  $C_2$  correspondant à  $T_{2r}$  et  $T_{3r}$ ).

La seule variable du système est la température  $T_{1r}$ , tandis que les autres grandeurs intervenant dans les équations,  $K_l, C_{Mr}, K, \dot{Q}_{0r}$ , sont des paramètres du modèle.

L'expression de la température adimensionnée optimale  $T_{1r,opt}$  peut être déduite analytiquement, de même que celle de la puissance adimensionnée maximale délivrée par l'installation :

$$\frac{\partial \dot{W}_r}{\partial T_{1r}} = -K_l a_r + (C_{Mr} + 1) \frac{b_r}{K} \frac{1}{T_{1r}^2} = 0 \quad (18)$$

d'où :

$$T_{1r,opt} = \sqrt{\frac{(C_{Mr} + 1) b_r}{K K_l a_r}} = \sqrt{\frac{\dot{Q}_{0r} + K_l}{K K_l}} \quad (19)$$

et :

$$\begin{aligned} \text{Max } \dot{W}_r = & \dot{Q}_{0r} - K_l (a_r T_{1r,opt} + b_r - 1) \\ & + (C_{Mr} + 1) \left( 1 - \frac{a_r}{K} - \frac{b_r}{K} \frac{1}{T_{1r,opt}} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

*Remarque* : La relation (20) est une fonction monotone de  $K_l$ . Il en résulte qu'en régime dynamique stationnaire, le maximum de la puissance du moteur est obtenue lorsque celui-ci est globalement adiabatique sur le cycle ( $K_l \rightarrow 0$ ) :

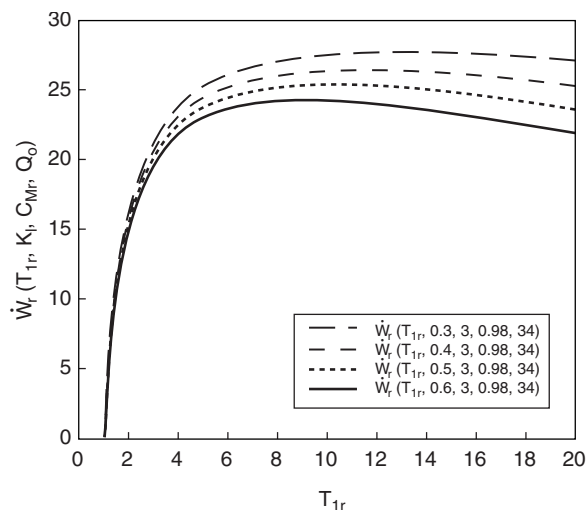
$$\lim_{K_l \rightarrow 0} [\text{Max } \dot{W}_r] = \lim_{K_l \rightarrow 0} \left[ \dot{Q}_{0r} - K_l (a_r T_{1r,opt} + b_r - 1) + (C_{Mr} + 1) \left( 1 - \frac{a_r}{K} - \frac{b_r}{K} \frac{1}{T_{1r,opt}} \right) \right] \quad (21)$$

Aussi, pour un moteur endoréversible ( $K = 1$ ), avec pertes thermiques, il vient :

$$\lim_{K \rightarrow 1} [\text{Max } \dot{W}_r] = \lim_{K \rightarrow 1} \left[ \dot{Q}_{0r} - K_l (a_r T_{1r,opt} + b_r - 1) + (C_{Mr} + 1) \left( 1 - a_r - b_r \frac{1}{T_{1r,opt}} \right) \right] \quad (22)$$

L'existence du régime de maximum de puissance en fonction de la variable (température adimensionnée en sortie de compresseur) apparaît sur la figure 2, pour les valeurs constantes des paramètres  $C_{Mr} = 3, K = 0.98$  et  $\dot{Q}_{0r} = 34$ , mais variables de  $K_l (= 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6)$ . On constate que pour la variation de la conductance de perte, chaque courbe présente un maximum qui est aussi précisé dans le tableau accompagnant la figure. Par ailleurs, autour du maximum de chaque courbe il y a une plage assez large de variation de la température,  $T_{1r} \in (7, 14)$ , pour laquelle la puissance adimensionnée varie peu. Cela veut dire que pour le fonctionnement optimal de l'installation, la température à la sortie du compresseur devrait être comprise dans l'intervalle précisé. Pour des faibles valeurs de la température  $T_{1r}$ , la puissance adimensionnée délivrée par l'installation est elle aussi faible. Les courbes

montrent aussi que la puissance diminue avec l'augmentation de la conductance de perte, ceci étant attendu. En pourcentage, pour une augmentation de 100 % de la conductance de perte on a une diminution de la puissance, de 14.13 % et de la température à la sortie du compresseur, de 40.86 %.



$K_l$	0,3	0,4	0,5	0,6
max $\dot{W}_r$	27,69	26,41	25,28	24,26
$T_{1r,opt}$	11,65	10,08	9,52	8,01

Figure 2

Variation de la puissance délivrée en fonction de  $T_{1r}$  (abscisse) et de  $K_l$ , pour  $C_{Mr} = 3, K = 0.98$  et  $\dot{Q}_{0r} = 34$ .

Power output variation as a function of  $T_{1r}$  (abscisse) and of  $K_l$ , for  $C_{Mr} = 3, K = 0.98$  and  $\dot{Q}_{0r} = 34$ .

Des résultats de l'étude de sensibilité par rapport à la variation des paramètres du modèle sont présentés dans le tableau 1. Ils montrent les valeurs du maximum de puissance adimensionnée délivrée et de la température adimensionnée optimale à la sortie du compresseur y associée, quand les paramètres du modèle ( $C_{Mr}, K$  et  $\dot{Q}_{0r}$ ) varient.

On constate que la puissance adimensionnée délivrée augmente avec l'augmentation du débit calorifique. L'optimum du régime de fonctionnement de l'installation correspond à des valeurs de la température à la sortie du compresseur comprises entre 10 et 14, pour lesquelles la variation de la puissance adimensionnée délivrée est très faible. Il résulte que pour une augmentation du débit calorifique de 300 %, l'augmentation de la puissance adimensionnée maximale est de 6.12 %, à laquelle correspond une réduction de 26.55 % de la température optimale à la sortie du compresseur.

Le coefficient entropique  $K$  semble influencer peu la variation de la puissance adimensionnée délivrée. Les résultats indiqués dans le tableau 2 montrent que le maximum de

TABLEAU 1

Étude de sensibilité par rapport à la variation des paramètres du modèle pour le cas où l'apport thermique est imposé  
Sensitivity of the model to parameter variation for the case with imposed thermal input

	$C_{Mr}$				K				$\dot{Q}_{0r}$			
	1	2	3	4	0.96	0.97	0.98	0.99	25	34	36	38
max. $\dot{W}_r$	25.16	25.95	26.41	26.70	26.29	26.35	26.41	26.47	19.04	26.41	28.06	29.72
$T_{1r, opt}$	13.44	11.64	10.97	10.62	11.08	11.03	10.97	10.91	9.47	10.97	11.28	11.57

TABLEAU 2

Étude de sensibilité par rapport à la variation des paramètres du modèle pour le cas où la température maximale du cycle est imposée  
Sensitivity of the model to parameter variation for the case with imposed maximum temperature

	$K_1$				K				$\dot{Q}_{0r}$			
	0.3	0.4	0.5	0.6	0.96	0.97	0.98	0.99	25	34	36	38
max. $\dot{W}_r$	28.63	26.12	25.94	23.41	26.23	26.27	26.31	26.35	18.49	26.95	28.64	29.88
$T_{Mr, opt}$	18.23	16.09	14.87	13.69	15.68	15.45	15.19	15.01	13.02	15.21	15.98	17.22

la puissance adimensionnée, ainsi que la température optimale correspondante, ont des valeurs très proches pour une augmentation du rapport entropique de 3.12 %.

Par contre, la variation de pouvoir calorifique adimensionnée du combustible (de 25, pour l'hydrogène, à 38 pour le butane) départage nettement les résultats. Ainsi, à l'augmentation de pouvoir calorifique adimensionnée de 52 % correspond une augmentation de la puissance adimensionnée de l'installation de 56 %, tandis que l'augmentation de la température optimale à la sortie du compresseur est de 22 % (voir le *tableau 2*). Malgré la valeur plus réduite du pouvoir calorifique de l'hydrogène et des performances inférieures réalisées par l'installation, l'hydrogène doit être considéré, compte tenu des aspects environnementaux.

## 2 CONTRAINTE DE TEMPÉRATURE MAXIMALE

Le modèle précédent d'étude du cycle de Brayton a été ensuite développé en y introduisant une limitation en température maximale de cycle, imposée par les matériaux utilisés en chambre de combustion et en turbine. Pour les mêmes hypothèses sur le cycle que précédemment, auxquelles on rajoute :

- la contrainte  $T_2 = T_M$  ;
- la température du combustible injecté est égale à celle du comburant  $T_1$ , après compression les équations du modèle qui changent leurs expressions seront :
- le bilan thermique à la source

$$\dot{Q}_H = (\dot{C}_M + \dot{C}_0)(T_M - T_1) = \dot{m} \cdot q_0 - \dot{Q}_L \quad (23)$$

avec :

$$\dot{Q}_L = K_L (T_M - T_4) \quad (24)$$

- le second principe de la Thermodynamique appliqué au cycle

$$\dot{S}_i + (\dot{C}_M + \dot{C}_0) \cdot \ln \frac{T_M T_4}{T_1 T_3} = 0 \quad (25)$$

qui devient après transformation :

$$\frac{T_M T_4}{T_1 T_3} = e^{-\frac{\dot{S}_i}{\dot{C}_M + \dot{C}_0}} = K \quad (26)$$

- le premier principe de la Thermodynamique appliqué au cycle

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \dot{Q}_H + \dot{Q}_C \\ &= (\dot{C}_M + \dot{C}_0)(T_M - T_1) - (\dot{C}_M + \dot{C}_0)(T_3 - T_4) \end{aligned} \quad (27)$$

ou selon l'équation (23) avec (24) :

$$\dot{W} = \dot{m}q_0 - K_L (T_M - T_4) - (\dot{C}_M + \dot{C}_0)(T_3 - T_4) \quad (28)$$

En utilisant les mêmes grandeurs de référence pour l'adimensionnement que dans le cas précédent et l'égalité  $T_m = T_4$ , les équations (23) avec (24), puis (26-28) deviennent :

$$\dot{Q}_{Hr} = (\dot{C}_{Mr} + 1)(T_{Mr} - T_{1r}) = \dot{Q}_{0r} - K_l (T_{Mr} - 1) \quad (29)$$

$$T_{3r} = \frac{T_{Mr}}{K T_{1r}} \quad (30)$$

$$\dot{W}_r = (\dot{C}_{Mr} + 1)(T_{Mr} - T_{1r}) - (\dot{C}_{Mr} + 1)(T_{3r} - 1) \quad (31)$$

ou :

$$\dot{W}_r = \dot{Q}_{0r} - K_l (T_{Mr} - 1) - (\dot{C}_{Mr} + 1)(T_{3r} - 1) \quad (32)$$

A partir des équations citées ci-dessus, deux approches sont possibles, chacune mettant en évidence un régime optimal de fonctionnement du moteur :

- max  $\dot{W}_r$ , avec la variable  $T_{1r}$  (température adimensionnée à la sortie du compresseur), et les paramètres  $T_{Mr}$  et  $K$ .

Le système d'équations modélisant ce cas consiste en :

fonction objectif

$$\dot{W}_r = (\dot{C}_{Mr} + 1) \left( T_{Mr} - T_{1r} - \frac{T_{Mr}}{K T_{1r}} + 1 \right) \quad (33)$$

contraintes

$$\dot{C}_{Mr} = \frac{\dot{Q}_{0r} - K_l (T_{Mr} - 1)}{T_{Mr} - T_{1r}} - 1 \quad (34)$$

$$T_{3r} = \frac{T_{Mr}}{K T_{1r}} \quad (35)$$

Il résulte facilement de (33), l'expression de la température optimale correspondant au max  $\dot{W}_r$  :

$$T_{1r, opt} = \sqrt{\frac{T_{Mr}}{K}} \quad (36)$$

L'analyse des résultats numériques de l'étude de sensibilité du max  $\dot{W}_r$  par rapport à la variation des paramètres considérés ( $T_{Mr}$  et  $K$ ) montre que si la limitation est en  $T_{Mr}$  et les valeurs considérées pour cette température sont conformes à la limitation imposée par les matériaux actuellement ( $T_{Mr} = 4 - 6$ ), les résultats sont plus représentatifs de l'état actuel d'utilisation des turbines. On passe de 15 à environ 2,5 pour la valeur de  $T_{1r}$  associée à l'optimum.

La variation du maximum de  $\dot{W}_r$  avec la température adimensionnée à la sortie du compresseur,  $T_{1r}$ , est plus marquée, et due à l'influence de la température maximale du cycle qui augmente. Par contre, l'influence du coefficient entropique  $K$  est plus petite.

- max  $\dot{W}_r$ , avec la variable  $T_{Mr}$  (température maximale du cycle), et les paramètres  $\dot{C}_{Mr}$ ,  $K_l$ ,  $K$  et  $\dot{Q}_{0r}$ .

Le système d'équations modélisant ce cas consiste en :

fonction objectif

$$\dot{W}_r = \dot{Q}_{0r} - K_l (T_{Mr} - 1) - (\dot{C}_{Mr} + 1) \left[ \frac{1}{K} \frac{(\dot{C}_{Mr} + 1) T_{Mr}}{(\dot{C}_{Mr} + 1 + K_l) T_{Mr} - (\dot{Q}_0 + K_l)} - 1 \right] \quad (37)$$

contraintes :

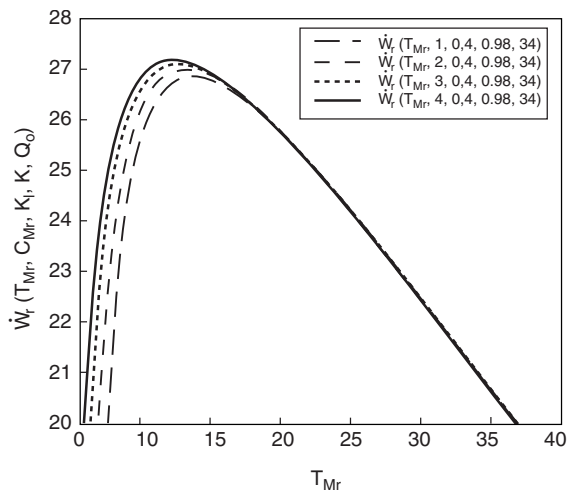
$$T_{1r} = \frac{(\dot{C}_{Mr} + 1 + K_l) T_{Mr} - (\dot{Q}_{0r} + K_l)}{\dot{C}_{Mr} + 1} \quad (38)$$

$$T_{3r} = \frac{T_{Mr}}{K} \frac{1}{T_{1r}} = \frac{T_{Mr}}{K} \frac{\dot{C}_{Mr} + 1}{(\dot{C}_{Mr} + 1 + K_l) T_{Mr} - (\dot{Q}_{0r} + K_l)} \quad (39)$$

Des résultats de cette étude sont présentés dans la figure 3 et le tableau 2. Le régime de maximum de puissance est mis en évidence par toutes les courbes, mais pour des valeurs  $T_{Mr, opt}$  très fortes.

Dans la figure 3 est illustrée l'influence de la variation du débit calorifique du comburant sur la puissance adimensionnée délivrée, qui est assez faible sur le maximum. On note que pour une augmentation de 300 % du débit calorifique, la puissance maximale augmente seulement de 1.19 %. Par contre, l'influence de la variation du débit calorifique du comburant est importante pour des valeurs petites de la température  $T_{Mr}$  (= 5 - 8).

Un effet plus important dans le sens de la réduction de la puissance adimensionnée délivrée est celui de l'augmentation de la conductance de perte thermique du moteur (voir tableau 2). Ainsi, pour une augmentation de 100 % de la conductance thermique on a une diminution de la puissance de 9.6 % et de la température optimale à l'entrée de la turbine de 33.16 %.



$C_{Mr}$	1	2	3	4
max $\dot{W}_r$	26,84	26,98	27,08	27,16
$T_{Mr, opt}$	14,17	14,02	13,89	13,74

Figure 3

Variation de la puissance délivrée en fonction de  $T_{Mr}$  (abscisse) et de  $C_{Mr}$ , pour  $K_l = 0.4$ ,  $K = 0.98$  et  $\dot{Q}_{0r} = 34$ .

Power output variation as a function of  $T_{Mr}$  (abscisse) and of  $C_{Mr}$ , for  $K_l = 0.4$ ,  $K = 0.98$  and  $\dot{Q}_{0r} = 34$ .

Les mêmes effets sur la puissance adimensionnée du moteur que dans le cas du paragraphe 1 sont enregistrés pour la variation du coefficient entropique  $K$ , respectivement de la puissance calorifique du combustible  $\dot{Q}_{0r}$ .

### 3 VALEUR DU RENDEMENT AU MAXIMUM DE PUISSANCE À $T_M$ IMPOSÉ

Le rendement utile du moteur à turbine à gaz s'écrit :

$$\eta_u = \frac{\dot{W}}{\dot{m}q_0} \quad (40)$$

Les équations (23), (24), (26) et (28) permettent d'écrire :

$$\begin{aligned} \eta_u &= \frac{\dot{m}q_0 - K_L(T_M - T_4) + (\dot{C}_M + \dot{C}_0)(T_m - T_3)}{\dot{m}q_0} \\ &= 1 - \frac{K_L(T_M - T_m) + (\dot{C}_M + \dot{C}_0)\left(\frac{T_M T_m}{K T_1} - T_m\right)}{(\dot{C}_0 + K_L)(T_M - T_m) + \dot{C}_M(T_M - T_1)} \end{aligned} \quad (41)$$

Après l'adimensionnement fait de même façon que précédemment, l'expression (41) devient:

$$\eta_u = 1 - \frac{K_l(T_{Mr} - 1) + (\dot{C}_{Mr} + 1)\left(\frac{T_{Mr}}{K T_{1r}} - 1\right)}{(1 + K_l)(T_{Mr} - 1) + \dot{C}_{Mr}(T_{Mr} - T_{1r})} \quad (42)$$

La combinaison des équations (36) et (42) conduit à l'expression du rendement utile du moteur à turbine à gaz correspondant au maximum de puissance délivrée :

$$\eta_u(T_{1r, opt}) = 1 - \frac{K_l(T_{Mr} - 1) + (\dot{C}_{Mr} + 1)\left(\sqrt{\frac{T_{Mr}}{K}} - 1\right)}{(1 + K_l)(T_{Mr} - 1) + \dot{C}_{Mr}\left(T_{Mr} - \sqrt{\frac{T_{Mr}}{K}}\right)} \quad (43)$$

Comme le rendement utile correspondant au maximum de puissance délivrée dépend de la température maximale du cycle,  $T_{Mr}$ , les deux cas limite seront donnés par :

- $T_{Mr} \rightarrow \infty$

$$\lim_{T_{Mr} \rightarrow \infty} \eta_u(T_{1r, opt}) = 1 - \frac{K_l}{1 + K_l + \dot{C}_{Mr}} < 1 \quad (44)$$

- $T_{Mr} \rightarrow 1$ , cas où la valeur du rendement est supérieure à 2, ce qui n'est pas possible. Il en résulte une limitation inférieure pour  $T_{Mr}$ :

$$\sqrt{T_{Mr}} = \sqrt{\frac{T_M}{T_m}} \geq \sqrt{\frac{R(4K + R) + 4K - R}{2\sqrt{K}}} \quad (45)$$

avec :

$$R = \frac{\dot{C}_{Mr} + 1}{K_l} \quad (46)$$

Remarque : si on fait  $K = 1$  on trouve la limite endoréversible :

$$\lim_{K \rightarrow 1} = \sqrt{\frac{T_M}{T_m}} \quad (47)$$

### 4 OPTIMISATION EN RENDEMENT

Pour montrer l'existence du régime de maximum du rendement utile du moteur on exprime l'équation (41) pour les conditions des deux cas limite relatifs aux valeurs possibles de la température  $T_1$  :

- $T_1 = T_m$  :

$$\begin{aligned} \eta_u(T_m) &= 1 - \frac{K_L(T_M - T_m) + (\dot{C}_M + \dot{C}_0)\left(\frac{T_M}{K} - T_m\right)}{(\dot{C}_0 + K_L)(T_M - T_m) + \dot{C}_M(T_M - T_m)} \\ &= 1 - \frac{K_L(T_M - T_m) + (\dot{C}_M + \dot{C}_0)\left(\frac{T_M}{K} - T_m\right)}{K_L(T_M - T_m) + (\dot{C}_M + \dot{C}_0)(T_M - T_m)} < 0 \end{aligned} \quad (48)$$

Remarque : on s'aperçoit que pour le cas du fonctionnement endoréversible du moteur le rendement ci-dessus passe par zéro, sinon on a un seuil inférieur,  $T_1 > T_m$ .

- $T_1 = T_M$  :

$$\eta_u(T_M) = 1 - \frac{K_L(T_M - T_m) + (\dot{C}_M + \dot{C}_0)\left(\frac{T_m}{K} - T_m\right)}{K_L(T_M - T_m) + \dot{C}_0(T_M - T_m)} \quad (49)$$

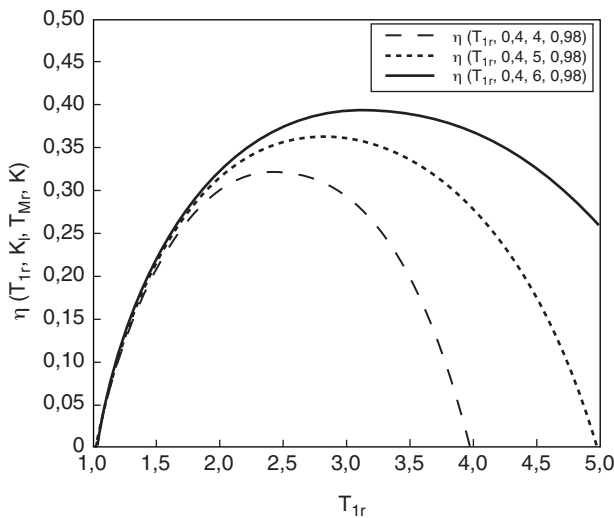
Remarque : on s'aperçoit que pour le cas du fonctionnement endoréversible du moteur, le rendement ci-dessus passe par zéro, sinon on a un seuil supérieur,  $T_1 < T_M$ .

Il en résulte qu'il y a une valeur  $T_{1r}$  entre ces deux extrêmes pour laquelle existe un maximum du rendement :

$$\max \eta_u = \eta_u(T_{1r, opt}, K_l, T_{Mr}, K) \quad (50)$$

qui a été mis en évidence graphiquement dans la figure 4 et par les résultats du tableau 3.

On note une forte influence des pertes thermiques du moteur,  $K_l$ , sur le maximum du rendement (voir *tableau 3*). Ainsi, celui-ci diminue de plus de 10 % avec l'augmentation des pertes thermiques  $K_l$  de 0.3 à 0.6. Aussi, au maximum du rendement correspondent des valeurs raisonnables de la température adimensionnée  $T_{1r, opt}$ , comprises entre 2.71 et 2.97.



$T_{Mr}$	4	5	6
max $\eta_u$	0,324	0,367	0,393
$T_{1r, opt}$	2,49	2,78	3,15

Figure 4

Variation du rendement en fonction de  $T_{1r}$  (abscisse) et de  $T_{Mr}$ , pour  $K_l = 0.4$  et  $K = 0.98$ .

Variation of the efficiency as a function of  $T_{1r}$  (abscisse) and of  $T_{Mr}$ , for  $K_l = 0.4$  and  $K = 0.98$ .

L'influence du coefficient entropique  $K$  sur le maximum du rendement reste faible, comme dans le cas précédent, et aussi les valeurs  $T_{1r, opt}$  correspondant au max  $\eta_u$  sont très proches.

La figure 4 présente les résultats de l'étude de sensibilité du modèle par rapport à la variation de la température maximale du cycle (adimensionnée). Les courbes montrent que le maximum du rendement augmente avec  $T_{Mr}$ , tandis que la température adimensionnée  $T_{1r, opt}$  correspondant au max de  $\eta_u$  se déplace aussi vers des valeurs plus grandes.

## CONCLUSIONS

Si l'intérêt pour les turbines en cycle fermé demeure en particulier pour les applications solaires (Börner *et al.*, 1993, 1994), la majorité des turbines à combustion fonctionne selon les modèles proposés dans cet article, à savoir un cycle ouvert.

Il apparaît alors que la dimension Thermodynamique Finie provient en premier du flux de chaleur disponible par la combustion (1<sup>er</sup> modèle, avec apport thermique imposé), dont une partie peut être perdue par non adiabaticité.

La pratique courante introduit une seconde limitation en température, due au comportement thermomécanique des matériaux utilisés (2<sup>e</sup> modèle, avec la température maximale possible dans le cycle). Actuellement la limitation provient de cette contrainte pour l'optimisation des turbines.

L'utilisation du 2<sup>e</sup> modèle est donc préconisée.

Le type d'optimum recherché diffère selon l'application envisagée. Il ressort que dans les applications aéronautiques, le maximum de puissance est essentiel (décollage) ; celui-ci existe toujours quelle que soit la limitation (en puissance thermique disponible ou température maximale du cycle). L'influence du combustible et de la température maximale de cycle est déterminante sur cet optimum.

De même, l'usage en cogénération de TAC ne pourra être optimal qu'en considérant le couplage du type de combustible envisagé ( $H_2$  ; biogaz ; mélange, etc.) avec la contrainte de température maximale liée aux matériaux nouveaux en cours d'élaboration.

L'application cogénération suppose par ailleurs souvent un fonctionnement de type continu, avec priorité à l'énergie mécanique, donc la recherche d'un maximum de rendement : celui-ci existe dans le cas d'une limitation en température (2<sup>e</sup> modèle) et diffère de l'optimum en puissance.

La présente étude se poursuit actuellement en développant les mêmes modèles, mais avec récupération de chaleur ; ce qui n'est pas envisageable en aéronautique pour des raisons de poids et d'encombrement, le devient en application statique. De plus, la prise en compte de critères environnementaux (effluents et qualité des fumées) est envisagée.

TABLEAU 3

Variation du maximum de rendement en fonction de paramètres du modèle  
Variation of maximum efficiency as a function of the model parameters

	$K_l$				$K$			
	0.3	0.4	0.5	0.6	0.96	0.97	0.98	0.99
max $\eta_u$	0.408	0.367	0.329	0.302	0.354	0.360	0.367	0.370
$T_{1r, opt}$	2.97	2.78	2.75	2.71	2.89	2.81	2.78	2.75



## RÉFÉRENCES

- Bejan, A. (1988) Theory of heat transfer irreversible power plants, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **31**, 1211-1219.
- Börner, R., Feidt, M. et Ramany Bala, P. (1993) Optimal design of thermal motors whose energy comes from sun, *International Conference ENSEC'93, Energy Systems and Ecology*, Cracow, Poland, 5-9 July.
- Börner, R., Ramany Bala, P. et Feidt, M. (1994) Influence of regeneration process and thermal losses on optimum design of Brayton gas turbines, *Eurotherm n° 40*, Thessaloniki, Greece, 24-25 Oct.
- Chen, L., Zheng, J., Sun, F. et Wu, C. (2001) Optimum distribution of HEX inventory for power density optimization of an endoreversible closed Brayton cycle, *J. Phys. D. : Appl. Phys.*, **34**, 422-427.
- Descieux, D. et Feidt, M. (2005) Etude de terrain sur la cogénération, Rapport d'expertise A.C. Energie, GAT 9.
- Feidt, M. (1996) Optimisation d'un cycle de Brayton moteur en contact avec des capacités thermiques finies, *Rev. Gén. De Therm.*, **35**, 418-419, 662.
- Feidt, M. et Jacquot, C. (2003) Thermodynamics of aeroengines, *Int. J. of EEE*, **II**, 4, 39-59.
- Postelnicu, V., Feidt, M., Costea, M. et Cenusă, V. (2004) Comparaison entre le cycle simple de Brayton avec pertes thermiques et avec contraintes de température maximale, *Colloque Franco-Roumain COFRET'04*, Nancy, France 22-24 Avril, 116-123.
- Sahin, B., Kodal, A., Yilmaz, T. et Yavuz, H. (1996) Maximum power density analysis of an irreversible Joule-Brayton engine, *J. Phys. D : Appl. Phys.*, **29**, 1162-1167.
- Sahin, B., Kodal, A. et Kaya, S.S. (1998) A comparative performance analysis of irreversible reheating Joule-Brayton engines under maximum power density and maximum power conditions, *J. Phys. D : Appl. Phys.*, **31**, 2125-2131.
- Ust, Y., Safa, A. et Sahin, B. (2004) Ecological performance analysis of an endoreversible regenerative Brayton heat engine, *Applied Energy*, **80**, 247-260.
- Wu, C. et Kiang, R.L. (1991) Power performance of a nonisentropic Brayton cycle, *A.S.M.E. J. Eng. Gas Turbines Power*, **113**, 501-504.

Manuscrit final reçu en janvier 2006

Copyright © 2006 Institut français du pétrole

Permission to make digital or hard copies of part or all of this work for personal or classroom use is granted without fee provided that copies are not made or distributed for profit or commercial advantage and that copies bear this notice and the full citation on the first page. Copyrights for components of this work owned by others than IFP must be honored. Abstracting with credit is permitted. To copy otherwise, to republish, to post on servers, or to redistribute to lists, requires prior specific permission and/or a fee: Request permission from Documentation, Institut français du pétrole, fax. +33 1 47 52 70 78, or [revueogst@ifp.fr](mailto:revueogst@ifp.fr).